

Digitalelektronik - Inhalt

- **Grundlagen**
 - Signale und Werte
 - Rechenregeln, Verknüpfungsregeln
 - Boolesche Algebra, Funktionsdarstellungen
 - Codes
- **Schaltungsentwurf**
 - Kombinatorik
 - Sequentielle Schaltungen
- **Entwurfswerkzeuge**
 - Struktur (Schaltplan)
 - Verhalten (VHDL)

Grundlagen – Eigenschaften

	Analog	Digital
Signale	Beliebige Werteverläufe	Zwei diskrete Werte
Einheiten	Spannung (Strom), Zeit	wahr, falsch, Zeit
Bauelemente	Widerstände, Kondensatoren, Spulen, Transistoren (Dutzende / Hunderte)	Transistoren, Gatter (Tausende / Millionen)
Entwurf	„manuell“	„automatisch“

Grundlagen – Signale und Werte

- **Signal: physikalisch messbar (z.B.: 10 Volt)**
- **Wert: abstrahiertes Signal (z.B.: wahr)**

- **Werte** werden in der Digitalelektronik für die Beschreibung und den Entwurf der Schaltung benötigt.

- **Signale** werden bei der Umsetzung (Realisierung) der entworfenen Schaltung mit Bauelementen benötigt.

Grundlagen – Verknüpfungen

- **Mathematische Grundlage der Digitalelektronik ist die Aussagenlogik**
- **Aussagen können wahr (w) oder falsch (sein)**
- **Aussagen können miteinander verknüpft werden**
- **Resultat kann wieder nur „wahr“ oder „falsch“ sein**
- **Beispiel: UND-Verknüpfung**
 - A1: Schalter S1 ist geschlossen (wahr/falsch)
 - A2: Schalter S2 ist geschlossen (wahr/falsch)
 - A3: Die Lampe brennt (wahr/falsch)

A3 ist **genau dann** wahr, wenn A1 wahr **und** A2 wahr sind.

Grundlagen - Verknüpfungen

- Eine Wahrheitstabelle stellt eine **Abbildung** von Eingangsvariablen auf Ausgangsvariablen **dar**
- Daher ist auch eine **Darstellung als Funktion** möglich: $A_3 = f(A_1, A_2)$
- Die **Rechenregeln** für diese zweiwertige Funktionen werden als **Boolesche Algebra** bezeichnet

Grundlagen – Begriffe

- In der **Funktionsdarstellung** treten **Variablen** an die Stelle der **Aussagen**
- Die Variablen werden statt mit „w“ und „f“ mit „0“ und „1“ belegt
- Eine Funktion, die von **n Variablen abhängt** wird als **n-stellig** bezeichnet
- Eine Funktion bzw. Variable, die **m Werte** annehmen kann, wird als **m-wertig** bezeichnet
- Eine **Belegung** ist die Zuweisung von Werten an Variablen

Grundlagen – Verknüpfungen

- **Darstellung als Wahrheitstabelle (UND)**

A1	A2	A3

Grundlagen – Boolesche Algebra

- Die **UND-Verknüpfung** wird auch als **Konjunktion** bezeichnet
- Die **UND-Verknüpfung** entspricht der **Multiplikation** in der „üblichen“ Algebra (siehe Wahrheitstabelle mit „0“ und „1“ statt „w“ und „f“)
- **Übliche UND-Verknüpfungszeichen sind :**
der „Multiplikationspunkt“ $y = x_1 \bullet x_2$
gar kein Zeichen $y = x_1 x_2$
ein „^“ $y = x_1 \wedge x_2$

Grundlagen – Boolesche Algebra

- **Erweiterung der UND-Verknüpfung auf n Stellen**

- Das Ergebnis ist nur wahr, wenn alle Teilaussagen wahr sind

- Funktionsdarstellung: $y = x_1 x_2 x_3 x_4$

- Wahrheitstabelle:

- Symbol „-“ (don't care) bedeutet entweder 0 oder 1

x1	x2	x3	x4	y
0	-	-	-	0
-	0	-	-	0
-	-	0	-	0
-	-	-	0	0
1	1	1	1	1

Grundlagen – Boolesche Algebra

- **Einstellige Verknüpfungen**

– Identität: $y=x$

x	y
0	0
1	1

– Negation: $y=\bar{x}$

x	y
0	1
1	0

– Die Negation (Inversion) entspricht in etwa einem Vorzeichenwechsel

Grundlagen – Boolesche Algebra

- Die **ODER-Verknüpfung** wird auch als **Disjunktion** bezeichnet
- Die **ODER-Verknüpfung** entspricht der **Addition** in der „üblichen“ Algebra.
- **Übliche ODER-Verknüpfungszeichen sind :**
das Additionszeichen $y = x_1 + x_2$
ein „v“ $y = x_1 \vee x_2$

Grundlagen – Boolesche Algebra

Absorptionen

$$x \cdot x = x$$

$$x + x = x$$

$$x \cdot \bar{x} = 0$$

$$x + \bar{x} = 1$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x + 1 = 1$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$x + 0 = x$$

Doppelte Negation

$$\overline{\bar{x}} = x$$

Distributionen

$$x_1 (x_2 + x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3$$

$$x_1 + (x_2 x_3) = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)$$

Boolesche Algebra

- **Gesetz von Shannon zur Negation einer Funktion**
 - Ersetze alle bisherigen Konjunktionen durch Disjunktionen
 - Ersetze alle bisherigen Disjunktionen durch Konjunktionen
 - Negiere alle Variablen

$$\overline{f}(x_1, \dots, x_n, \bullet, +) = f(\overline{x}_1, \dots, \overline{x}_n, +, \bullet)$$

Wahrheitstabelle - Funktion

- **Die Darstellung einer Verknüpfung in einer Wahrheitstabelle kann leicht in eine Darstellung als Boolesche Funktion umgewandelt werden**
 - Jede Zeile, die eine ‚1‘ ergibt, entspricht einer Konjunktion (UND) aller Variablen
 - ‚0‘ wird durch die negierte Variable der Spalte ersetzt
 - ‚1‘ wird durch die ‚normale‘ Variable der Spalte ersetzt
 - Alle damit erhaltenen Konjunktionen werden danach durch eine Disjunktion (ODER) zusammengefasst