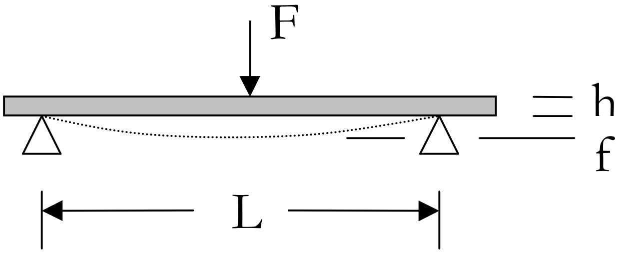
<u>Protokoll zum Versuch 3 Physikpraktikum</u>

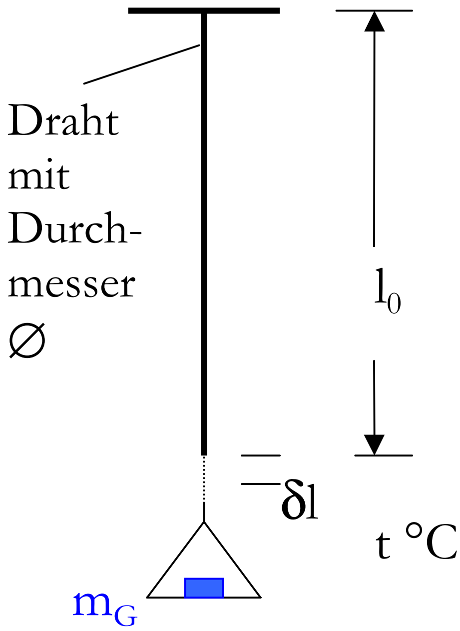
Der Elastizitätsmodul

Namen:	
Datum:	
Kurs/Gruppe:	
Temperatur:	°C
Luftdruck:	hPa

Biegeversuch



Zugversuch



$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot J}$$

$\varepsilon = \delta l / l_0$

$\sigma = \varepsilon \cdot E = F / S_0$

S_0 = Drahtquerschnitt

Dr.Hingsammer; 13.04.02

1. Zugversuch:

l_0 =	±
∅ =	±
$s_{\delta l}$ =	mm
s_t =	°C

Bei Digitalgeräten Schritt der letzten Stelle/√3 als Standardunsicherheit s notieren!
Dies ergibt sich aus der Standardabweichung bei der Rechteckverteilung.

Messung der Dehnung bei zunehmender und ev. abnehmender Belastung mit jeweils 10 Meßpunkten.

Versuchsnr.	Masse/kg	δl/mm	t/°C	$\delta l_{korr.}$/mm
1	±			
2	±			
3	±			
4	±			
5	±			
6	±			
7	±			
8	±			
9	±			
10	±			
11	±			
12	±			
13	±			
14	±			
15	±			
16	±			
17	±			
18	±			
19	±			
20	±			

$\delta l_{korr.}$/mm = um die Wärmeausdehnung korrigiertes δl/mm

Dr.Hingsammer; 13.04.02

$\delta l_{korr} = \delta l - 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}(t-t_0) \cdot l_0$; t_0 = Anfangstemperatur
Wärmeausdehnungskoeffizient(Stahl): $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ 1/°C
$g_{München}$ = 9,80733 m/s²

2. Biegeversuch:

s_f = Standardunsicherheit von f =
s_d, s_D = s (Durchmesser der Rohre) =
s_h, s_b = s (Höhe,Breite des Flachmaterials) =
L = Abstand der Auflager = ± mm
Toleranz der 200 g Massen = mg pro 200 g

1. Meßtabelle Stahlblech (max.Belastung = 1,2 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		Höhe
2	±		h = ±
3	±		Breite
4	±		b = ±
5	±		
6	±		

2. Meßtabelle Aluminiumblech (max.Belastung = 1,2 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		h= ±
2	±		b= ±
3	±		
4	±		
5	±		
6	±		

3. Meßtabelle Plexiglas (flach,max.Belastung = 0.6 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		h= ±
2	±		b= ±
3	±		
4	±		
5	±		
6	±		

4.Meßtabelle Plexiglas (hochkant,max.Belastung = 1,2 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		h= ±
2	±		b= ±
3	±		
4	±		
5	±		
6	±		

5. Meßtabelle Aluminiumrohr (max.Belastung = 1,8 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		Außendurchmesser
2	±		D= ±
3	±		Innendurchmesser
4	±		d= ±
5	±		
6	±		

6. Meßtabelle Kupferrohr (max.Belastung = 1,8 kg):

Nr.	Masse/kg	Durchbiegung f/mm	
1	±		D= ±
2	±		d= ±
3	±		
4	±		
5	±		
6	±		

Berechnung von Unsicherheiten, Beispiel Blech

Nach dem „Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen" Beuth-Verlag (1995) werden Korrelationen zwischen Meßgrößen berücksichtigt, wenn das Meßergebnis aus mehreren unsicherheitsbehafteten Einzelgrößen ermittelt wird. Bei den Blechen kann ein Korrelationskoeffizient von r = 0,8 bei der Messung von Dicke und Breite des Bleches mit ein und derselben Schieblehre angenommen werden. (Siehe Gerz „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Unsicherheitsrechnung" Kap.3.4). Die Unsicherheit der Steigung s_a der f - m –Ausgleichsgerade ergibt sich gemäß der unten stehenden Formel aus der Statistik. (Das Konstruieren der steilsten und flachsten Gerade durch die Fehlerbalken ist eine Alternative, wenn die mathematischen Probleme umgangen werden sollen). Die Berücksichtigung von Korrelationen führt zu Matrizen; sie liefern eine realistischere Unsicherheit des Ergebnisses, als mit der vereinfachten „Unsicherheitsfortpflanzung" nach Gauß, die man für $r_{xi,xj} = 0$ daraus erhält. Das Ergebnis wird mit E = E[Pa] ± s_E [Pa] angegeben. s_E ist die sog. „kombinierte Standardunsicherheit" des Ergebnisses. Liegt der wahre Wert (Literaturwert) mehr als drei Standardunsicherheiten außerhalb des Ergebnisses, ist der Meßwert als nicht konsistent mit dem Literaturwert anzusehen.

Nimmt man vereinfacht unkorrelierte Eingangsgrößen an ($r_{xi,xj} = 0$), so erhält man nach der Gaußschen Unsicherheitsfortpflanzung (man muß das Ergebnis zunächst als Funktion der tatsächlich gemessenen Größen ohne Zwischenergebnisse hinschreiben) mit:

.

$$E_{Blech} = \frac{g}{4} \cdot \frac{L^3}{b \cdot h^3} \cdot \frac{1}{a};\ a = Steigung\ der\ \ Ausgleichsgerade\ f - m$$

$$s_E = \sqrt{\left[\partial E/_{\partial L} \cdot s_L\right]^2 + \left[\partial E/_{\partial b} \cdot s_b\right]^2 + \left[\partial E/_{\partial h} \cdot s_h\right]^2 + \left[\partial E/_{\partial a} \cdot s_a\right]^2} ;$$

$$oder \left[s_E / E\right] = \sqrt{\left[3 \cdot s_L / L\right]^2 + \left[s_b / b\right]^2 + \left[3 \cdot s_h / h\right]^2 + \left[s_a / a\right]^2} \; (Potenzprodukt)$$

$$s_b = s_h = \frac{0{,}1\,mm}{\sqrt{3}}; s_L \approx 0{,}5\,mm;$$

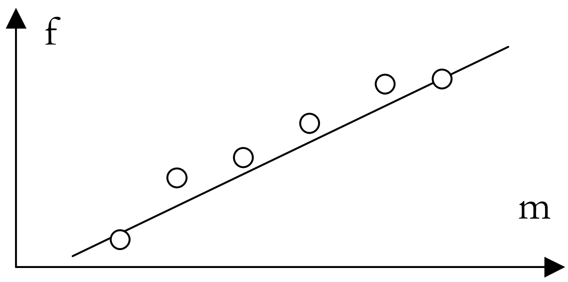
b und h werden mit der Schieblehre gemessen, es wird Rechteckverteilung der Unsicherheit angenommen. $g = g_{\text{München}} = 9{,}80733\ m/s^2$ wird als fehlerlos betrachtet.

Werden Korrelationen berücksichtigt, erhält man nach der Matrizenmthode (Verwendung von Rechenprogrammen):

$$s_E^2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial E}{\partial L} s_L \\ \frac{\partial E}{\partial b} s_b \\ \frac{\partial E}{\partial h} s_h \\ \frac{\partial E}{\partial a} s_a \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} 1 & r_{Lb} & r_{Lh} & r_{La} \\ r_{bL} & 1 & r_{bh} & r_{ba} \\ r_{hL} & r_{hb} & 1 & r_{ha} \\ r_{aL} & r_{ab} & r_{ah} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial E}{\partial L} s_L \\ \frac{\partial E}{\partial b} s_b \\ \frac{\partial E}{\partial h} s_h \\ \frac{\partial E}{\partial a} s_a \end{vmatrix}$$

$$s_E^2 = \begin{vmatrix} \frac{3gL^2}{4abh^3} s_L \\ \frac{-gL^3}{4ab^2h^3} s_b \\ \frac{-3gL^3}{4abh^4} s_h \\ \frac{-gL^3}{4a^2bh^3} s_a \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.8 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{3gL^2}{4abh^3} s_L \\ \frac{-gL^3}{4ab^2h^3} s_b \\ \frac{-3gL^3}{4abh^4} s_h \\ \frac{-gL^3}{4a^2bh^3} s_a \end{vmatrix}$$

$$\boxed{s_y^2 = \vec{S}_x^T \Re \vec{S}_x}$$



Steigung a und Unsicherheit der Steigung s_a von Regressionsgerade:

$$a = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k f_k - n \cdot \overline{m}\overline{f}}{\sum_{k=1}^{n} m_k^2 - n \cdot \overline{m}^2}; s_a = \sqrt{\frac{1-r_{fm}^2}{n-2}} \cdot \frac{s_f}{s_m};$$

$$r_{fm} = \frac{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} [m_k - \overline{m}] \cdot [f_k - \overline{f}]}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} [m_k - \overline{m}]^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} [f_k - \overline{f}]^2}} = \frac{s_{mf}}{s_m \cdot s_f}$$

$$s_{mf} = Ko\,\mathrm{var}\,ianz\;\; m - f\,; s_m, s_f = S\,\tan dardabweichungen\; m, f$$

Beim Zugversuch und den Rohren gilt sinngemäß dasselbe; läßt man Korrelationen außer acht, muß vor der Anwendung der Gaußschen Unsicherheitsfortpflanzung das Ergebnis als Funktion der tatsächlich gemessenen Größen hingeschrieben werden ohne Verwendung von Zwischenergebnsissen:

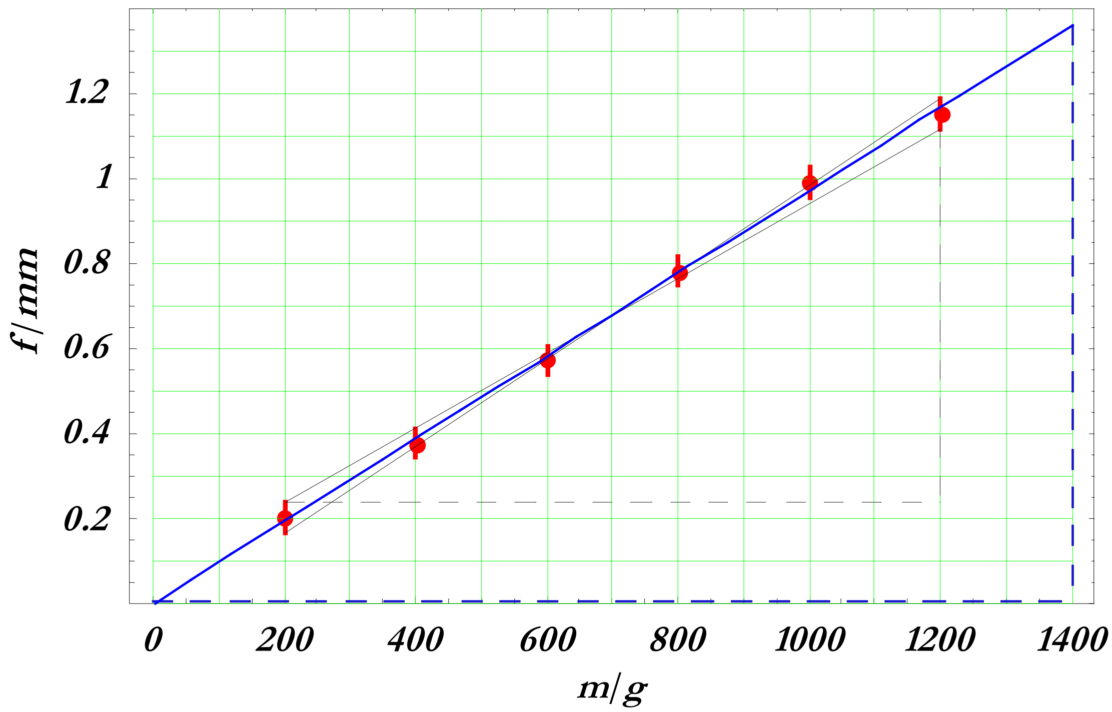
$$E_{Zug} = \frac{4 \cdot g \cdot l}{\Phi^2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{a};$$

$$a = Steigung\ der\ \ Ausgleichsgerade\ \delta l - m$$

$$E_{Rohr} = \frac{g \cdot 4}{\pi \cdot 3} \cdot \frac{L^3}{\left[D^4 - d^4\right]} \cdot \frac{1}{a}$$

$$a = Steigung\ der\ \ Ausgleichsgerade\ f - m$$

<u>Beispiel zur graphischen Bestimmung des E-Moduls:</u>



Die Meßpunkte werden mit Fehlerbalken $s_f \approx 0{,}05\ mm/\sqrt{3}$ aufgetragen und eine Ausgleichsgerade (berechnet oder geschätzt) durchgelegt. Es wird die steilste und flachste Gerade, die durch alle Fehlerbalken hindurchgeht, gebildet. Beim Zugversuch müssen die Geraden außerdem durch den Nullpunkt gehen.

Die Steigungen müssen mit hoher Genauigkeit abgelesen werden: spitzer Bleistift, jede Seite des Steigungsdreiecks muß mindestens 10 cm lang sein, es sollen Bruchteile von mm abgeschätzt werden.

Beispiel bei einem Blechteil (siehe Abbildung):

$$a_{\max} = \frac{1{,}02mm}{1000g}\;;\; a_{\min} = \frac{0{,}88mm}{1000g} = 0{,}88\ {}^{mm}\!/_{kg}\quad \textit{aus Steigungsdreieck}$$

$$a = \frac{1{,}358}{1400}\,{}^{mm}\!/_{g} = 0{,}97\ {}^{mm}\!/_{kg}\;;\; a_{\max} \approx a + s_a\;;\; a_{\min} \approx a - s_a$$

$$\textit{Standardunsicherheit}\ \boxed{s_a = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{2} = 0{,}07\ {}^{mm}\!/_{kg};}$$

$$\frac{s_a}{a} = 0{,}072 \equiv 7{,}2\% \rightarrow \textit{so groß ist die rel. Unsicherheit von E in jedem Fall,}$$

$$\textit{einen weiteren großen Betrag liefert}\ \frac{s_h}{h}\ (\textit{warum?})$$

$$E = \frac{g \cdot L^3}{4b \cdot h^3 \cdot a}\;;\; \frac{s_E}{E} = \sqrt{\left[\frac{3 \cdot s_L}{L}\right]^2 + \left[\frac{s_b}{b}\right]^2 + \left[\frac{3 \cdot s_h}{h}\right]^2 + \left[\frac{s_a}{a}\right]^2}\;;\; s_L = 0{,}5mm\;;\; s_b = s_h = \frac{0{,}1mm}{\sqrt{3}}$$

$$\textit{Ergebnis}:\ E = E\left[\frac{N}{m^2} = Pa\right] \pm s_E\left[Pa\right]$$

Dr.Hingsammer; 13.04.02