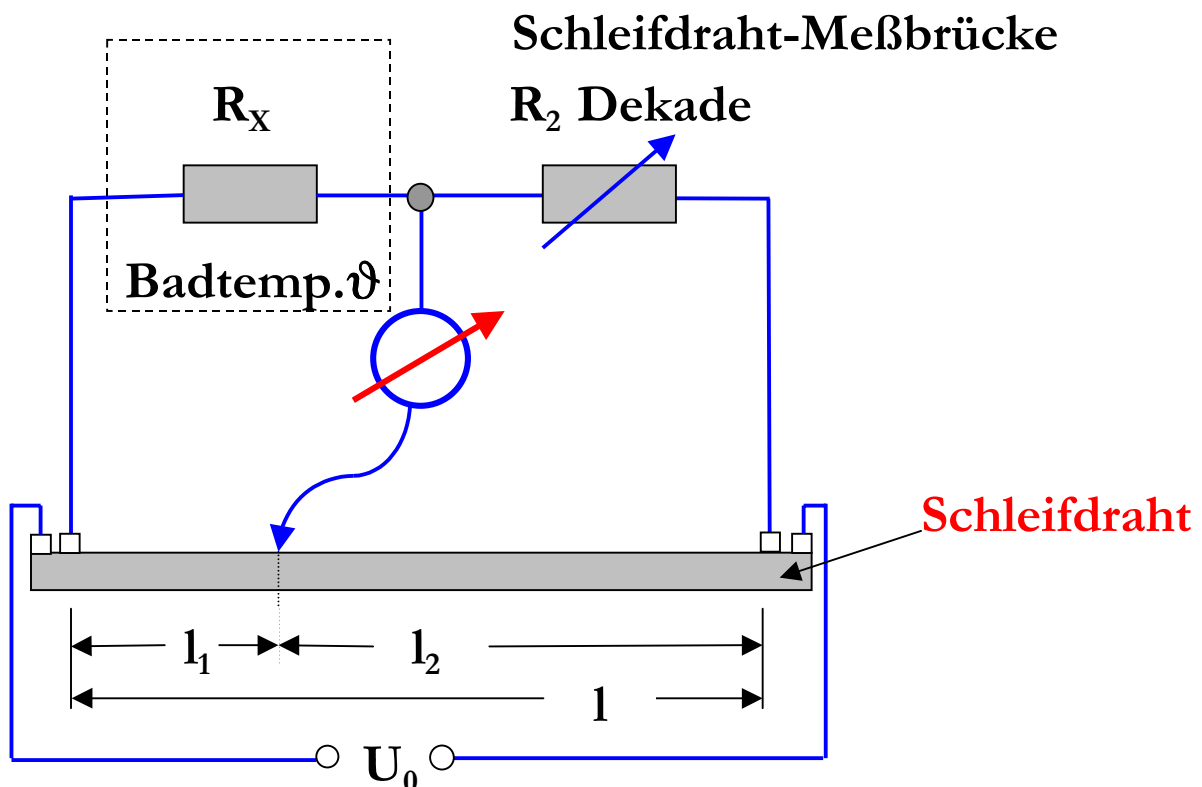


# Protokoll zum Versuch 13 Physikpraktikum

## Messung temperaturabhängiger elektrischer Widerstände mit der Wheatstone'schen Brückenschaltung

Namen:	
Datum:	
Kurs/Gruppe:	



$$\frac{R_X}{R_2} = \frac{l_1}{l - l_1} \quad (1); \quad R(T) = R_{T_0} [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (2);$$

$$R(T) = R_{T_0} \cdot e^{B \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} \quad (3); \quad R(T) = R_{T_0} \cdot e^{\alpha(T - T_0)} \quad (4);$$

Mit dem Peltierelement kühlt man anfangs auf 0°C und erhöht dann die Temperatur in 10 °C - 20 °C - Schritten bis 70 °C (um in den steilen Bereich des PTC-Widerstandes zu kommen). Die tatsächliche Temperatur an den Widerständen wird am oberen Instrument abgelesen.

Die Temperatur  $\vartheta$  wird mit einem Digitalgerät angezeigt. Nach DIN V ENV 13005 Ausgabe 1999-06 ist dessen Unsicherheit gleich kleinster Schritt der Digitalanzeige/ $\sqrt{3}$ ; sie wird als *Standardunsicherheit*  $s_{\vartheta}$  bezeichnet; ihre Bedeutung liegt darin, daß man von rechteckverteilten Meßwerten innerhalb des kleinsten Schrittes ausgeht; nach den Gesetzen der Statistik ist die Standardabweichung einer Rechteckverteilung Intervall/ $\sqrt{3}$ .

Die Unsicherheit des Ergebnisses wird bei Vernachlässigung von Korrelationen nach Gauß berechnet und „Kombinierte Standardunsicherheit“  $s_E$  genannt. Liegt der Literaturwert des Ergebnisses innerhalb des Intervalls (Meßergebnis  $\pm 3 \cdot s_E$ ), kann von einer signifikanten Übereinstimmung des Meßergebnisses mit dem Literaturwert gesprochen werden.

Um möglichst genaue Messungen zu erhalten, sollte der *Schleifer der Schleifdrahtbrücke in etwa in der Mitte* sein; man erreicht dies durch Verändern des Dekadenwiderstandes  $R_2$ , dessen Unsicherheiten neben den Drehkurbeln stehen.

Es wird  $l_1$  abgelesen. Die Standardunsicherheit  $s_{l_1}$  ist der kleinste Skalenteil in mm/ $\sqrt{3}$ .  $l$  ist konstant 500 mm, die Standardunsicherheit ist  $s_l = 0,5\text{mm}/\sqrt{3}$

$s_{\vartheta} =$	°C	$s_{l_1} =$	mm	$s_l =$	mm
$\Delta R_{2(k\Omega)} =$	0,05% von 10 k $\Omega$	$s_{R_2} = \Delta_{\text{gesamt}} / \sqrt{3}$			
$\Delta R_{2(100\Omega)} =$	0,05% von 1 k $\Omega$				
$\Delta R_{2(10\Omega)} =$	0,08% von 100 $\Omega$		$l =$		
$\Delta R_{2(1\Omega)} =$	0,5% von 10 $\Omega$				

# Messprotokoll, Berechnung $R_x(\theta)$ nach (1)

$\vartheta$	Pt-100					NTC					PTC				
	$l_1$	$R_2$	$s_{R2}$	$R_x$	$s_{Rx}$	$l_1$	$R_2$	$s_{R2}$	$R_x$	$s_{Rx}$	$l_1$	$R_2$	$s_{R2}$	$R_x$	$s_{Rx}$
$^{\circ}\text{C}$	mm	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	mm	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	mm	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$

## Zur Ausarbeitung und Unsicherheitsberechnung:

Pt-100 und Metalle haben eine Kennlinie nach Formel (2) S.1, NTC-Widerstände (Heißleiter) nach (3) und PTC-Widerstände (Kaltleiter) beziehungsweise nach (4). Um die Kenngrößen  $R_{T_0}$ ,  $\alpha$  und  $B$  zu erhalten, werden die Widerstandswerte nach Punkt 4 der Anleitung mit Fehlerbalken  $s_{RX}$  graphisch aufgetragen, eine Ausgleichsgerade durch Schätzung oder Rechnung durchgelegt und aus Steigung und Achsenabschnitt die Kenngrößen bestimmt. Durch die Fehlerbalken kann eine Gerade mit größter und eine Gerade mit geringster Steigung gelegt werden, die dann die Unsicherheit der Kenngrößen ergeben (siehe Versuch 6 Oberflächenspannung S.6) oder die Steigungsunsicherheit kann berechnet werden (siehe Versuch 3 E-Modul, Seite 7)), was mit entsprechenden Mathematik-Programmen oder Auswerteprogrammen problemlos geht.

$$R(T) = R_{T_0} \cdot [1 + \alpha(T - T_0)] = \{\alpha \cdot R_{T_0}\} \cdot T + \{R_{T_0}[1 - \alpha \cdot T_0]\}$$

$$R(T) = \{\text{Steigung}\} \cdot T + \{\text{Achsenabschnitt}\} \quad \underline{\text{Pt-100}}$$

$$R(T) = R_{T_0} \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}; \ln R(T) = \ln R_{T_0} + B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \quad \underline{\text{NTC}}$$

$$\ln \frac{R(T)}{\Omega} = \{B\} \cdot \frac{1}{T} + \left\{ \ln \frac{R_{T_0}}{\Omega} - \frac{B}{T_0} \right\} = \{\text{Steigung}\} \cdot \frac{1}{T} + \{\text{Achsenabschnitt}\}$$

$$R(T) = R_{T_0} \cdot e^{\alpha(T - T_0)}; \ln \frac{R(T)}{\Omega} = \ln \frac{R_{T_0}}{\Omega} + \alpha \cdot (T - T_0) \quad \underline{\text{PTC}}$$

$$\ln \frac{R(T)}{\Omega} = \{\alpha\} \cdot T + \left\{ \ln \frac{R_{T_0}}{\Omega} - \alpha \cdot T_0 \right\} = \{\text{Steigung}\} \cdot T + \{\text{Achsenabschnitt}\}$$

Die Unsicherheit  $s_{RX}$  ergibt sich aus der Unsicherheitsfortpflanzung von (1) (Vernachlässigung von Korrelationen !)

$$s_{R_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_x}{\partial l_1} \cdot s_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_x}{\partial l} \cdot s_l\right)^2 + \left(\frac{\partial R_x}{\partial R_2} \cdot s_{R_2}\right)^2}$$

Die Unsicherheit von  $\ln x$  ist gleich der relativen Unsicherheit von  $x$  ! (Begründung)

Die Formel (4) gilt beim PTC – Widerstand nur im Bereich des steilen Anstieges. Sind hier nur wenige Punkte vorhanden, sodaß eine Regressionsgerade nicht mehr sinnvoll ist, ermitteln Sie  $\alpha$  aus zwei Meßpunkten mit den höchsten Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ . Man schreibt die Gleichung (4) jeweils für  $T_1$  und  $T_2$  hin, dividiert die beiden Gleichungen durcheinander und löst nach  $\alpha$  auf. Die kombinierte Standardunsicherheit des Ergebnisses ergibt sich unter Vernachlässigung von Korrelationen nach Gauß.

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}{(T_2 - T_1)}; \quad s_\alpha = \sqrt{\left(\frac{\partial\alpha}{\partial R_1} \cdot s_{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial R_2} \cdot s_{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial T_1} \cdot s_{T_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial T_2} \cdot s_{T_2}\right)^2}$$

