WS 15/16 Mathe Test Angewandte Naturwissenschaften und Mechatronik

©2015 A. Kersch, F. Würthner

Blatt 4: Spezielle Funktionen, Rechenregeln

Regeln zu Potenzfunktionen (mit Basis a): $f(x) = a^x$

(Achtung: wir lassen hier meistens das Zeichen für die Multiplikation weg, d.h. $a\,b$ statt $a \cdot b$)

Produkt von Potenzen $a^x\,b^x = (a\,b)^x$ Quotient von Potenzen $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$

Produkt von Potenzen $a^x\,a^y = a^{x+y}$ Quotient von Potenzen $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

Potenz einer Potenz $(a^x)^y = a^{x\,y}$ Kehrwert einer Potenz $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^x$

Regeln zu Logarithmen (mit Basis a): $f(x) = \log_a x$

Logarithmus der inversen Funktion $\log_a(a^x) = x$ Potenz der inversen Funktion $a^{\log_a x} = x$

Logarithmus eines Produktes $\log_a(x\,y) = \log_a x + \log_a y$ Logarithmus eines Quotienten $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

Logarithmus einer Potenz $\log_a(x^y) = y\,\log_a x$ Wechsel von Basis b zu Basis a $\log_b x = \log_b a\,\log_a x$

Regeln zu Trigonometrischen Funktionen

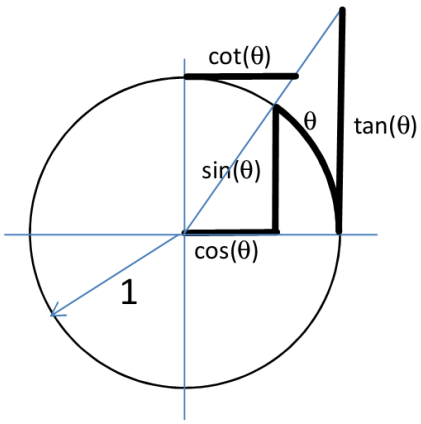
Pythagoras $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

gerade Funktion $\cos(-x) = \cos x$

ungerade Funktionen $\sin(-x) = -\sin x$ $\tan(-x) = -\tan x$

Phasenverschiebungen $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\cos(\pi - x) = -\cos x$



Blatt 4: Spezielle Funktionen

Entscheide welche Aussagen richtig und welche falsch sind

a) $3^4\,3^5 = 3^{20}$? b) $2^3\,2^3 = 4^3$? c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = (-2)^4$? d) $\dfrac{6^{10}}{6^2} = 6^5$? (1)

e) $4^3\,5^3 = 20^3$? f) $5^3\,5^3 = 5^9$? g) $\dfrac{6^3}{2^3} = 3^3$? h) $\left(3^4\right)^5 = \left(3^5\right)^4$?

i) $3^3\,3^3 = 9^3$? j) $3^3\,3^3 = 3^9$? k) $3^3\,3^3 = 3^6$? l) $3^3\,3^3 = 6^3$?

Bringe die Ausdrücke auf einen Bruchstrich

a) $\dfrac{1}{2^4} + \dfrac{1}{2^6}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x}$ c) $\dfrac{1}{\sqrt{a}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{a}} + \dfrac{1}{\sqrt[6]{a}}$ (2)

Suche die Variablenwerte, die die Gleichung erfüllen

a) $z^2\,z^4 = 9z^8$ b) $(4y)^{1.5} = \sqrt{y}$ c) $\dfrac{y}{\sqrt[3]{y}} = 2\sqrt[6]{y}$ (3)

d) $\dfrac{1}{4} = \dfrac{z^{1/3}\sqrt[3]{z^2}}{z^3}$ e) $6^x = 2^x\,9$ f) $\dfrac{1}{2}\,18^z = 6^{2z}$

Die folgenden Variablen liegen zwischen zwei ganzen Zahlen, welchen ? Drücke die Lösung durch einen Logarithmenausdruck aus und berechne dann numerisch

a) $2^x = 10$ b) $10^x = 20$ c) $3^z = \dfrac{1}{2}$ d) $8^y = 3$ (4)

Für welche Werte sind die Gleichungen erfüllt?

a) $\log_a 8 = 3$ b) $\log_2 x = 4$ c) $\log_5\left(b^2\right) + \log_5 b = 6$ (5)

d) $\log_2(8x) + \log_2(4x) + \log_2\left(\frac{x}{2}\right) = 1$ e) $\log_3 x - \log_9 x = 1$

Für welche Werte sind die Gleichungen erfüllt?

a) $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ b) $\log_3(x) - (\log_3 x)^2 = \frac{1}{4}$ c) $3^{2a} - 3^a\, 10 + 9 = 0$ f) $e^y + e^{-y} = 4$ (6)

Bogenmass und Winkel

(a) Wie gross ist das Bogenmass zu folgenden Winkeln: $90°, 45°, 180°, 270°$? (7)

(a) Wie gross sind die Gradzahlen zu folgenden Bogenmassen: $\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{3}{4}\pi, 1$?

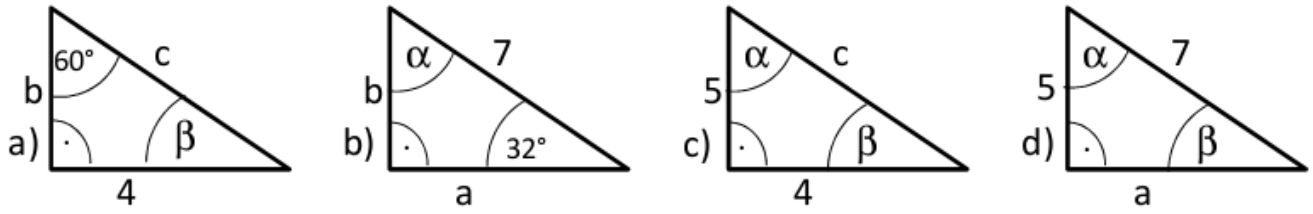
Winkel und Steigung

10% Steigung bedeutet, dass die Strasse bei $100m$ in horizontaler Richtung um $10m$ ansteigt. (8)

(a) Wie gross ist der Winkel der Strasse zur Horizontalen bei 15% Steigung ? (b) bei 100% ?

(a) Wie gross ist die Steigung bei einem Winkel von 15°? (b) bei bei einem Winkel von 30° ?

Berechne den fehlenden Winkel



(9)

Veranschauliche folgende Beziehungen am Einheitskreis und am Funktionsgraphen

a) $\sin(-x) = -\sin x$ b) $\sin(\pi - x) = \sin x$

c) $\cos(-x) = \cos(x)$ d) $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ (10)

Löse folgende Gleichungen

a) $\sin^2\theta - 2\sin\theta + \frac{3}{4} = 0$ b) $\cos^2 - 5\cos x + 6 = 0$ (11)

c) $\cos^2 z + 2\sin z - 2 = 0$ d) $\tan x = 2\sin x$