

Kundtsche Röhre

Stichworte: Schallgeschwindigkeit, Adiabatenexponent κ , Freiheitsgrade, Stehende Welle, Reflexion von Wellen

1 Grundlagen

Eine Schallwelle breitet sich in Luft oder einem anderen Gas in Form einer **longitudinalen** oder **Längswelle** aus. Dabei pflanzt sich eine periodische Verdichtung des Mediums als **Druckänderung** Δp fort. Diese Ausbreitung von periodischen Druckschwankungen erfolgt mit einer bestimmten Geschwindigkeit, man nennt sie **Schallgeschwindigkeit** c_g . Den Zusammenhang mit der Frequenz f der Schwingung, die diese Welle erzeugt, formuliert man mit der Wellengleichung

$$c_g = f \cdot \lambda \quad (1)$$

wobei λ die Wellenlänge ist.

Bei einer fortlaufenden Welle in einem Gas erfährt jedes Volumenelement ΔV periodische Druckschwankungen Δp im Takt der Frequenz f , benachbarte Volumenelemente schwingen gleichartig, jedoch phasenverschoben.

Für die Schallgeschwindigkeit c_f (Index f für fest) einer longitudinalen Schallwelle in Festkörpern gilt:

$$c_f = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \begin{array}{l} E = \text{Elastizitätsmodul} \\ \rho = \text{Dichte des Festkörpers} \end{array} \quad (2)$$

für Flüssigkeiten (Index fl) bzw. Gase erhält (Index g) erhält man

$$c_{fl} \text{ bzw. } c_g = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad K = \text{Kompressionsmodul} \quad (3)$$

Da die Druckschwankungen in Gasen adiabatisch erfolgen, ergibt sich ein Zusammenhang mit dem Kompressionsmodul K :

$$K = \kappa \cdot p = \frac{c_p}{c_v} \cdot p \quad \kappa = c_p / c_v = \text{Adiabatenexponent} \quad (4)$$

c_p , c_v sind die spez. Wärmekapazitäten des Gases bei konstantem Druck bzw. Volumen.

Somit erhält man für die Schallgeschwindigkeit in Gasen:

$$c_g = \sqrt{\kappa \cdot R_S \cdot T} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot R_S \cdot T} \quad \text{mit } p = \frac{m}{V} \cdot R_S \cdot T = \rho \cdot R_S \cdot T \quad (5)$$

$$R_S = \frac{R}{M} = \text{spez. Gaskonstante des Gases (Einheit: } \frac{J}{kg \cdot K} \text{)} M = \text{molare Masse (Einheit: } \frac{kg}{kmol} \text{)} \quad (6)$$

Stehende Welle:

Läuft nun eine Welle gegen eine Wand, so wird sie reflektiert und läuft zurück. Unter geeigneten Bedingungen (Resonanz) überlagern sich beide Wellen derart, dass sich eine **stehende Welle** ausbildet. In ihr gibt es (im Gegensatz zur laufenden Welle) Massenpunkte bzw. Volumenelemente ΔV , die ständig in Ruhe sind (Schwingungsknoten). In der Mitte zwischen benachbarten Knoten liegen sog. Schwingungsbäuche, wo die Teilchen ständig mit maximaler Amplitude schwingen. Auch diese sind ortsfest. Der Abstand zwischen benachbarten Knoten bzw. Bäuchen beträgt immer $\lambda/2$. Hat man also die Möglichkeit, die Lage der Schwingungsknoten (Druckbäuche) oder die der Schwingungsbäuche (Druckknoten) auszumessen, kann man die Wellenlänge λ in diesem Gas bestimmen.

2 Beschreibung

2.1 Beschreibung der Kundtschen Röhre mit mechanischer Anregung

Im Kundtschen Rohr koppelt man an einem Rohrende eine Schallwelle in das Medium im Rohr ein (Abb. 1). Am gegenüberliegenden, abgeschlossenen Ende läuft die reflektierte Welle zurück und überlagert sich mit der vorwärtslaufenden Welle zu einer stehenden Welle.

Unter sehr hohem Wechseldruck (ca. 0,1 - 1Pa) wirbelt die Schallwelle feines Pulver in den Schwingungsbäuchen auf. Die Staubablagerungen, die sich in Abständen von $\lambda/2$ wiederholen, machen das Schwingungsmuster der stehenden longitudinalen Welle sichtbar, wobei sich Schwingungsknoten als Staubansammlungen, Bäuche als freie Stellen darstellen.

Als Schallerzeuger dient ein Aluminiumstab, der mit einem kollophoniumbestäubten Lederlappen in der Längsrichtung gerieben wird. Der Stab führt longitudinale Eigenschwingungen aus; die Wellenlänge entspricht der doppelten Stablänge. An diesem Experiment können Sie sich ein Bild von den stehenden Wellen im Kundtschen Rohr machen.

In den 3 vorhandenen elektroakustischen Versuchsaufbauten wird **!!! kein !!!** Pulver verwendet!

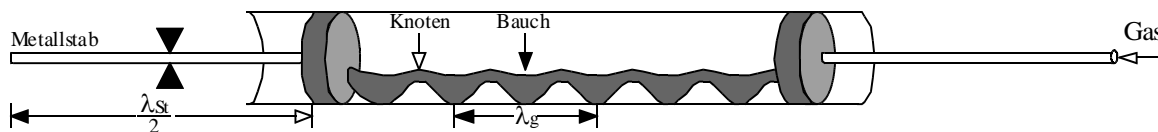


Abb. 1: Kundtsche Röhre mit mechanischer Anregung

2.2 Beschreibung der Kundtschen Röhre mit elektroakustischer Anregung

Abb. 2 zeigt das Funktionsschema des Versuchs mit elektroakustischer Anregung. Die Wechselspannung eines Frequenzgenerators (unterer Einstellbereich ca. 370-2500 Hz, oberer Einstellbereich ca. 1800-12400 Hz) treibt über einen Verstärker einen Lautsprecher an. Die Frequenz wird mit einem Frequenzzähler gemessen. Der Resonanzraum des Rohres lässt sich mit dem verschiebbaren Reflektor einstellen.

Die Strecke l zwischen der Lautsprechermembran und dem Reflektor kann mit einem Mikrofon abgetastet werden. Das Mikrofon misst den effektiven Wechseldruck am Ort.

Damit werden mit dieser Methode **Druckknoten** und **Druckbäuche** ausgemessen. Mit dem nachgeschalteten Verstärker, Wechselspannungsgleichrichter und Integrator wird am Analogmessgerät die Spannung angezeigt, die proportional zum Effektivwert p_{eff} ist, der während der Integrationszeit τ gebildet wurde.

Aufgrund seines kleinen Mikrofondurchmessers im Vergleich zum Rohrdurchmesser stört das Mikrofon die Wellenfront des Schalles kaum.

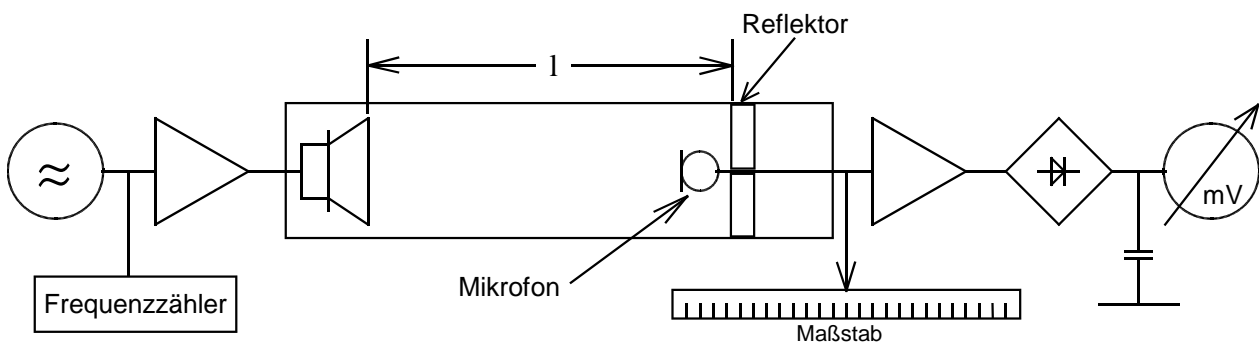


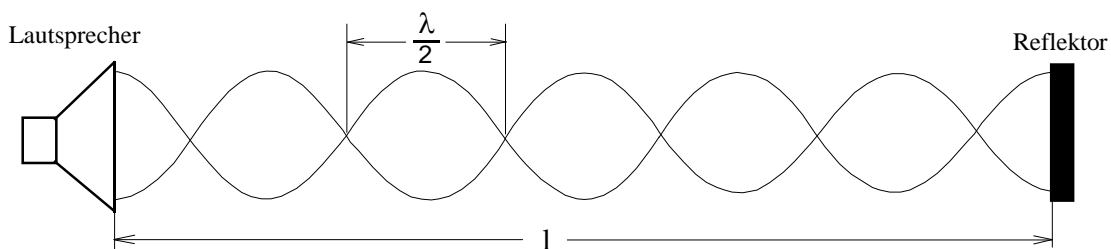
Abb. 2: Schema des elektroakustischen Kundtschen Rohrs

3 Aufgabenstellung

- Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von Luft, Ar, CO₂ für verschiedene Frequenzen durch Ausmessen der stehenden Wellen in einem Kundtschen Rohr mit elektroakustischer Anregung.
- Umrechnung der Werte auf 0°C.
- Bestimmung der Adiabatenexponenten κ und Berechnung der Zahl f der Freiheitsgrade.
- Berechnung der spez. Wärmekapazität c_V .
- Überprüfung der Temperaturabhängigkeit von c_{Luft} .

4 Versuchsdurchführung

- Zunächst Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft.
Stellen Sie sicher, dass sich im Rohr nur Luft befindet! (Durchspülen mit Druckluft.) Beginnen Sie mit einer Frequenz von ca. 4000 Hz und versuchen Sie dann, die Resonanzbedingung einzustellen. Dazu bringen Sie das Mikrofon in eine Position, wo das Anzeigeinstrument einen Maximalwert der Druckamplitude anzeigt (Bauch). Zum genauen Abstimmen der Resonanz gehen Sie nun folgendermaßen vor. Schieben Sie jetzt das Mikrofon in das nächste Minimum.
Die Feinabstimmung erfolgt in kleinen Teilschritten auf das Minimum zu. Verschieben Sie Mikrofon und Reflektorstempel um jeweils ganz geringe Strecken in die Richtung auf den niedrigsten Druck. Nach einer erfolgreichen Justierung erhalten Sie zwischen Druckmaximum und -minimum ein Verhältnis von 80:1 oder besser.



Die Wellenlänge λ der stehenden Welle erhalten Sie nun, indem Sie eine möglichst große Zahl von Maxima (Druckbäuche) oder von Minima (Druckknoten) ausmessen. (Dies letztere ist genauer, außerdem kann die Verstärkung des Mikrofonverstärkers vergrößert werden: der Regler ist seitlich am Anzeigegerät.)

- Wiederholen Sie die Messung mit mindestens zwei weiteren Frequenzen im Bereich bis ca. 8000 Hz.
- Nehmen Sie eine Messkurve auf und zeichnen Sie deren Verlauf. Messen und protokollieren Sie bei der tiefsten Frequenz den effektiven Wechseldruckverlauf in relativen Einheiten (Anzeigewert des Analoginstrumentes) als Funktion der Mikrofonposition über mehrere Druckbäuche bzw. -knoten wobei bei Druckbäuchen bzw. -knoten mehr Messpunkte aufzunehmen sind.
- Bestimmen Sie nun die Wellenlängen in CO₂ und Argon. Dazu müssen Sie das Kundtsche Rohr mit dem betreffenden Gas spülen. Die Gasventile sind unter Tastendruck offen. Der Gaswechsel dauert ca. 15 Sekunden. Während der Probemessung sollten Sie nur gelegentlich, dafür beim endgültigen Auszählen der Schwingungsknoten dauernd spülen.

☞ Hinweis: Beobachten und protokollieren Sie während des ganzen Versuchs die Gastemperatur im Rohr, sowie die Generatorfrequenz (Schwankungsbreite erforderlich für die Fehlerrechnung).

Notieren Sie die Messunsicherheiten der Messgeräte für eine spätere Auswertung (gegebenenfalls ihre Schätzwerte).

Zusätzliche Aufgaben für eine vertiefte Betrachtung:

- e) Untersuchen Sie, welche tiefste Messfrequenz noch zu auswertbaren Ergebnissen führt, d. h. suchen Sie nach der stehenden Welle mit der größten Wellenlänge. Dazu verringern Sie die Frequenz und vergrößern gleichzeitig den Reflektorabstand l .
 - f) Suchen Sie die höchste Frequenz auf, mit der sich noch Maxima und Minima deutlich unterscheiden lassen. Bestimmen Sie auch für diesen Fall die Wellenlänge.
-

5 Versuchsauswertung

5.1 Berechnung der Schallgeschwindigkeit von Luft, CO₂ und Ar

- Berechnen Sie aus der Zahl der beobachteten Intervalle und der Gesamtstrecke Δl für jede Frequenz den Mittelwert für λ und berechnen Sie c_{Luft} , c_{CO_2} und c_{Ar} .
- Rechnen Sie die Werte auf Normaltemperatur $T_0 = 273,15$ K um (Gl. 5) und vergleichen Sie mit den Literaturwerten. Prüfen Sie insbesondere, ob der Literaturwert (!! Achtung: Druckfehler auch in Tabellen möglich !!) innerhalb des Unsicherheitsintervalls (\rightarrow Fehlerrechnung) liegt und diskutieren Sie das Ergebnis. (Seien Sie nicht überrascht, dass CO₂ sich nicht wie Luft und Argon "regelmäßig" verhält, sondern Abweichungen zeigt.)

5.2 Bestimmung des Adiabatenexponenten κ und Berechnung der Zahl f der Freiheitsgrade Berechnung der spez. Wärmekapazität c_v

- Bestimmen Sie κ für die drei Gase (Gl. 5) und vergleichen Sie diese mit den Literaturwerten R_s (Luft) = 0,287 kJ/kg·K, R_s (Ar) und R_s (CO₂) \rightarrow Gl. 6

Bekanntlich kann man für kleine Moleküle die spezifischen Wärmekapazitäten aus der Zahl f der Freiheitsgrade (FG) berechnen:

$$c_v = \frac{f}{2} \cdot R_s \quad (7)$$

$$c_p = \left(1 + \frac{f}{2}\right) \cdot R_s \quad (8)$$

$$\text{und damit } \kappa = 1 + \frac{2}{f} \quad (9)$$

- Berechnen Sie f (aus dem gemessenen κ) für die drei Gase und vergleichen Sie diesen Wert mit dem theoretisch zu erwartenden. Beachten Sie dabei: 3 FG der Translation gibt es für alle Moleküle, 2 FG der Rotation kommen bei linear gebauten, 3 FG der Rotation bei allen anderen dazu. Zusätzlich können Schwingungen des Molekülgerüsts angeregt werden, die zu weiteren Freiheitsgraden führen.

Die experimentelle Bestimmung der spezifischen Wärmekapazitäten bei Gasen gelingt mit ausreichender Genauigkeit nur für c_p . (Überlegen Sie, warum dies für c_v nicht möglich ist). Man benutzt deshalb κ , um c_v zu berechnen.

- Berechnen Sie c_v für die 3 Gase aus den Werten:

$$c_p(Luft) = 1,005 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad \left| \quad c_p(Ar) = 0,523 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad \left| \quad c_p(CO_2) = 0,837 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad (\text{alle bei } 20^\circ\text{C})$$

5.3 Temperaturabhängigkeit von c_{Luft}

- Für praktische Zwecke wird für die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit die Formel angegeben:

$$c_{Luft} = \left(331,5 + 0,6 \frac{g}{^{\circ}C} \right) \frac{m}{s} \quad (9)$$

Überprüfen Sie diese Gleichung, indem Sie in $c_g = \sqrt{\kappa \cdot R_s \cdot T}$ die Werte für Luft einsetzen:

$$c_p = 1,005 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}); \quad c_V = 0,717 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

6 Fehlerrechnung

Berechnen Sie die relativen wahrscheinlichen Unsicherheiten der Ergebnisse c_{Luft} , c_{CO2} und c_{Ar} aus den Messunsicherheiten. Beachten Sie dabei, dass bei der Division der Länge eines gemessenen Abstandes durch die Zahl der enthaltenen Schwingungsbüuche auch die Messunsicherheit sich entsprechend vermindert.

Literatur:

Walcher, W: *Praktikum der Physik*. B.G. Teubner Stuttgart 1989

Hering/ Martin/ Stohrer: *Physik für Ingenieure*. VDI Verlag 1989

Kohlrausch: *Praktische Physik*. B. G. Teubner Stuttgart 1985 , Seiten: 245 ff

Stöcker: *Taschenbuch der Physik*, Harri Deutsch Verlag, Frankfurt/M.