

Messung temperaturabhängiger elektrischer Widerstände mit der Wheatstone'schen Brückenschaltung

Stichworte: Messbrücke, stromlos messen, Heißleiter, Kaltleiter

1 Grundlagen

In einer Wheatstoneschen Brückenschaltung wird durch einen Nullabgleich ein unbekannter Widerstand R_X mit sehr genau bekannten Präzisionswiderständen verglichen (sogenanntes Abgleichverfahren). Auf diese Weise erhält man eine wesentlich genauere Bestimmung des unbekanntes Widerstandes, als durch einfache Messung von Spannung und Strom am Widerstand.

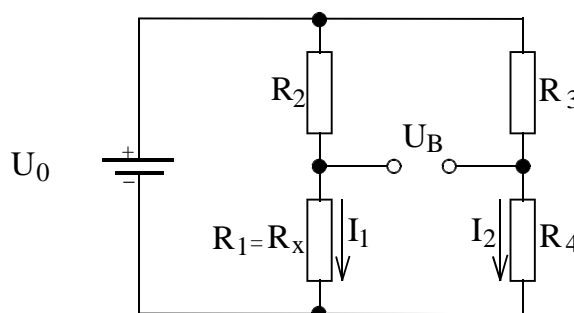


Abb. 1: Wheatstonesche Brückenschaltung

Nach Abb. 1 werden vier Widerstände $R_1 = R_X$, R_2 , R_3 und R_4 zusammengeschaltet, wobei R_X der zu messende Widerstand ist. U_0 ist die Brücken-Versorgungsspannung und U_B ist die Brücken-Ausgangsspannung. Die Brücke ist abgeglichen, wenn die Diagonalspannung U_B gleich Null ist:

$$U_B = I_1 \cdot R_X - I_2 \cdot R_4 = U_0 \cdot \left(\frac{R_X}{R_X + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = 0 \quad (1)$$

Aus $I_1 R_X = I_2 R_4$ und $I_1 R_2 = I_2 R_3$ ergibt sich nach Division:

$$\frac{R_X}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad (2)$$

Bei abgeglichener Brücke kann daher der unbekannte Widerstand R_X aus den bekannten Widerständen R_2 , R_3 und R_4 bestimmt werden. In der praktischen Durchführung der Messung verändert man einen der bekannten Widerstände solange, bis der Abgleich hergestellt ist, d. h., das Nullinstrument die Diagonalspannung $U_B = 0$ anzeigt.

1.1 Genauigkeit

Die Genauigkeit der Messmethode hängt von der Genauigkeit des Nullinstrumentes ab, wenn man eine hinreichende Genauigkeit der Präzisionswiderstände voraussetzt. Erst ab einer bestimmten Minimalspannung ΔU wird der Zeiger die Nulllage merklich verlassen. Das hat zur Folge, dass man gerade noch eine solche Veränderung ΔR_X des Widerstandes R_X feststellen kann, die zu einer messbaren Diagonalspannung U_B führt. Der Widerstand R_X kann also auf $\pm \Delta R_X$ genau bestimmt werden. Bei abgeglichener Messbrücke gilt die Abgleichbedingung (1). Verändert man R_X um ΔR_X , so ergibt sich die Diagonalspannung

$$\Delta U = \frac{U_0 \cdot \Delta R_X}{R_X \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_X} \right) \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right)} \quad (\text{Ableitung der Gl. 3 siehe Messtechnik im 5. Semester}) \quad (3)$$

1.1.1 Aufgabe

Eine Brücke ist abgeglichen. $R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$. Wie groß ist R_X ? Welche relative Änderung $\Delta R_X/R_X$ kann man noch feststellen, wenn die Brücke mit $U_0 = 10 \text{ V}$ gespeist wird und eine Diagonalspannung $U_B = 10 \text{ mV}$ von einem hochohmigen Messinstrument gerade noch festgestellt werden kann?

Wird der Nullabgleich sehr genau durchgeführt (z. B. Verstärkung der Diagonalspannung), so bestimmt der Regelwiderstand R_P , mit dem der Abgleich herbeigeführt wird, die Genauigkeit. Kann dieser auf $\Delta R_P/R_P$ genau geregelt werden, so gilt im Abgleich:

wegen

$$R_X = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_P \quad \text{ist} \quad \frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta R_P}{R_P} \quad (\text{Zeigen Sie dies!}) \quad (4)$$

Der Widerstand R_X kann auf $\pm \Delta R_X = \frac{\Delta R_P}{R_P} \cdot R_X$ bestimmt werden.

Die relative Unsicherheit $\Delta R_P/R_P$ kann mit Präzisionskurbelwiderständen sehr klein ($\approx 10^{-5}$) gehalten werden.

1.1.2 Fragen

- Wie bestimmt man einen unbekanntem Widerstand R durch Strom und Spannungsmessung? Was muss bei der Schaltung der Instrumente berücksichtigt werden?
- Wie groß ist der systematische Fehler?
- Mit welchem relativen Fehler lässt sich ein Widerstand unter Verwendung eines Kurbelwiderstandes im Abgleich bestimmen, wenn das Nullinstrument beliebig empfindlich gehalten werden kann?

1.2 Schleifdrahtbrücke

Ersetzt man die Verzweigungswiderstände R_3 und R_4 durch einen Draht, der mit einem Schleifkontakt mit dem Nullinstrument verbunden ist (Abb. 2), so erhält man die Schleifdrahtbrücke für Messungen mit geringerer Anforderung an Genauigkeit (rel. Unsicherheit $\approx 1\%$). Da der Draht einen konstanten Querschnitt besitzt, folgt $R_4 \sim l_1$ und $R_3 \sim l_2$. Aus Gleichung 2 folgt damit:

$$\frac{R_X}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{l_1}{1-l_1} \quad (5)$$

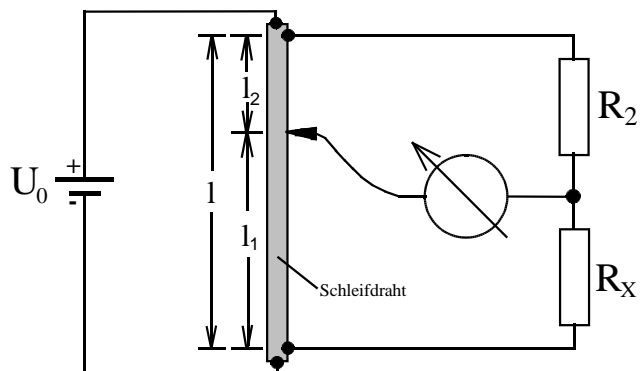


Abb. 2: Schleifdraht-Meßbrücke

Der Widerstand des Schleifdrahtes beträgt nur wenige Ohm; deshalb kann man die Übergangswiderstände von den Büschelsteckern nicht mehr vernachlässigen, die einige Zehntel Ohm ausmachen können. Aus diesem Grund verfügt der Schleifdraht über Stromzuführungen (schwarze Buchsen) und Abgriffe für die Messwiderstände (blaue Buchsen), die frei sind vom Spannungsabfall der Übergangswiderstände an den Stromzuführungen. Die Genauigkeit der Methode wird dann im wesentlichen durch die Ablesegenauigkeit der Strecke l_1 bzw. l_2 bestimmt. Der Schleifkontakt ist zur mittleren Buchse geführt.

1.2.1 Aufgabe

- Mit welcher relativen Messunsicherheit $\Delta R_X/R_X$ lässt sich ein Widerstand R_X bestimmen, wenn R_2 genau bekannt ist und l_1 mit einem Ablesefehler von $\Delta l = 0,5\text{mm}$ ($R_2 = 20\Omega$, $l_1 = 1\text{m}$) abgelesen werden kann?
- Vergleichen Sie das Ergebnis mit der oberen beschriebenen Methode des Vergleichs mit einem Kurbelwiderstand unter Verwendung eines beliebig empfindlichen Nullinstrumentes in beiden Fällen.

1.3 Temperaturverhalten von Widerständen

Da der elektrische Widerstand eine Köpereigenschaft ist, die eindeutig von der Temperatur abhängt, kann man sogenannte Widerstandsthermometer herstellen. Man verwendet Metalle (Pt, Ni) und Halbleiter.

Bei Metallen kann die Kennlinie über einen Temperaturbereich von ca. 100K in guter Näherung durch eine Gerade dargestellt werden, so dass gilt:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad R_0 = \text{Widerstand bei der Bezugstemperatur } T_0 \text{ (meist } 0^\circ\text{C)}$$

(6)

α = Temperaturbeiwert, Temperaturkoeffizient ($\alpha_{\text{Pt}} = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$)

R_T = Widerstand bei der Temperatur T

Bei Halbleitern unterscheidet man sogenannte Heißeiter mit negativen Temperaturkoeffizienten (negative temperature coefficient \rightarrow NTC-Widerstände) und Kaltleiter mit positiven Temperaturkoeffizienten (positive temperature coefficient \rightarrow PTC-Widerstände). Die Temperaturabhängigkeit von Heißeitern lässt sich annähernd durch

$$R(T) = R_0 \cdot e^{B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})} \quad (7)$$

darstellen. B stellt eine materialabhängige Konstante mit der Dimension Temperatur dar, die Größe dieser Konstante liegt im Bereich zwischen $2000\text{K} < B < 6000\text{K}$. [$R_0 = R(\vartheta_0 = 25^\circ\text{C}) = R(T_0 = 300\text{K})$].

Halbleiterwiderstände sind nicht so genau wie Metallwiderstände, haben aber den Vorteil großer Temperaturbeiwerte, so dass sie für Mess- und Regelzwecke häufig verwendet werden.

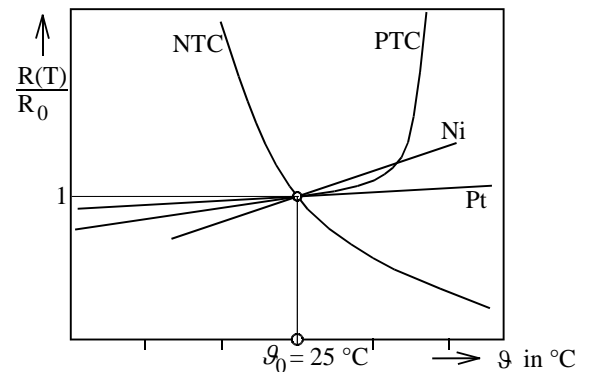


Abb. 3: Temperaturabhängigkeit von Widerständen

1.3.1 Frage

- Wie lässt sich das Temperaturverhalten von Metallen und Halbleiterwiderständen erklären? Informieren Sie sich dazu aus der Literatur!

2 Aufgabenstellung

- 2.1 Messung des Widerstandes verschiedener metallischer bzw. Kalt- und Heißeiter in Abhängigkeit von der Temperatur. Dazu wird eine Schleifdrahtmessbrücke benutzt.
- 2.2 Darstellung der Messwerte auf mm-Papier und Bestimmung der Temperaturkoeffizienten α bzw. des Regelfaktors B .
- 2.3 Wiederholung der Widerstandsmessung für 1 Widerstand nach Wahl mit der direkt anzeigenden Version (mit 2 Festwiderständen anstelle des Schleifdrahtes).
- 2.4 Interpretation der Ergebnisse und Beurteilung der Messunsicherheiten.

3 Versuchsanordnung und Durchführung



Hinweis

Das Kühlen der Proben dauert sehr lange, deshalb sollten Sie mit dem Kühlen des Peltierelements sofort beginnen.



Die Widerstände R_x befinden sich in einem Wärmebad, das mit einem Peltierelement temperiert wird. Das Thermometer im Peltier-Kühlergehäuse zeigt die Temperatur an der Unterseite des Kühlers an, während das separate Thermometer die Temperatur am Ort der Proben (R_x) misst.

Den zu messenden Widerstand R_x wählen Sie mit dem Drehschalter aus, der sich auf der linken Gehäusesseite des Nullinstrumentes befindet. **Beachten Sie bitte, dass die Zuleitungen und die Umschaltkontakte des Auswahlwiderstandes zusammen einen Widerstand von $(1,1 \pm 0,2)\Omega$ haben.** Die Spannungsempfindlichkeit des Nullinstrumentes ist mit dem Drehknopf unterhalb des Instrumentes einstellbar; die maximale Empfindlichkeit beträgt 1,2mV/Skalenteil. Das Nullinstrument sollte im unempfindlichen Bereich sein (Drehknopf nach links drehen).

Stellen Sie das Peltierelement auf die niedrigste erreichbare Temperatur. **Wenden Sie nicht mehr als 10-12 Minuten zum Herunterkühlen auf!**

3.1 Schleifdraht Messbrücke

Bauen Sie die Schaltung mit der Schleifdrahtbrücke gemäß Abb.2 auf. Achten Sie auf die richtige Bananensteckerverbindung zwischen der Spannungsquelle und der Stromzuführung zum Schleifdraht!

Der Schleifkontakt der Messbrücke steht anfangs in der Mitte. Stellen Sie mit der Widerstandsdekade einen geeigneten Wert für Vergleichswiderstand (R_2) ein bis das Nullinstrument nahezu keine Spannung anzeigt.

Jetzt können Sie mit erhöhter Empfindlichkeit des Nullinstrumentes die Längen l_1 und l_2 bei den Messungen bestimmen. Beachten Sie bitte, daß man in der Mitte der Skala am optimalsten arbeitet, deshalb regeln Sie R_2 gegebenenfalls nach.

Man notiert in einer Tabelle l_1 vom Lineal, die Temperatur, R_2 und den Typ des angeschalteten Widerstands R_x .

Nacheinander werden alle Widerstände angeschaltet und nach dem beschriebenen Verfahren gemessen. Anschließend wird die Temperatur in Schritten von etwa 5K auf ca. 75°C erhöht. Bei jeder eingestellten Temperatur werden der Reihe nach alle zu bestimmenden Widerstände zugeschaltet.

3.2 Direkt anzeigende Version

Nach dem Ende der Messreihen sollten Sie sich noch mit der direkt anzeigenden Version der Wheatstone'schen Brücke vertraut machen. Messen Sie dazu noch einen Widerstand Ihrer Wahl mit dieser direkt anzeigenden Version durch. Statt des Schleifdrahtes verwenden Sie 2 Festwiderstände mit dem Verhältnis 1:1. Den Abgleich stellen Sie direkt mit der Widerstandsdekade her und lesen $R_x \cong R_2$ an der Dekade ab.

Für einige Anwendungen ist die 1 Ω -Auflösung der Widerstandsdekade zu grob. Sie können die Auflösung der Brücke auf 0,1 Ω erhöhen, wenn Sie die Festwiderstände mit dem Teilverhältnis 1:10 benutzen (Toleranz der Festwiderstände: $\pm 1\%$).

4 Auswertung

- Bestimmen Sie die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von verschiedenen metallischen, Heiß- und Kaltleitern im Temperaturbereich von der niedrigst erreichten Temperatur bis ca. 75°C. $R_X(T)$ wird nach Gl. 5 bestimmt.
- Wie gut können die Messwerte durch die Gleichungen 6 und 7 beschrieben werden? Tragen Sie dazu den Widerstand als Funktion der Temperatur T auf Millimeterpapier auf. Es empfiehlt sich die Messwerte für die Kaltleiter noch *zusätzlich* in der Form $[R(T) - R_0] / R_0$ als Funktion von $(T - T_0)$ aufzutragen, dadurch kann α am bequemsten bestimmt werden. R_0 ist der Widerstand bei einer geeignet gewählten Bezugstemperatur z. B. $T_0=300\text{K}$ ($\vartheta=27^\circ\text{C}$). *PTC*: Nähern Sie den steil ansteigenden Teil der Kurve durch eine Gerade an und bestimmen Sie α aus deren Steigung die Messwerte für den *NTC* trägt man im logarithmischen Maßstab als Funktion von $1/T$ auf, um so die Größe B bestimmen zu können.
- Bestimmen Sie R_0 , α und B bei den verschiedenen Widerständen. Mit welchen Unsicherheiten sind R_0 , α und B behaftet?
- In welcher Weise müsste man die Messanordnung verbessern, um genauere Messwerte zu erhalten?
- Haben Vielfachmessungen unter Verwendung der statistischen Fehlerrechnung zur Verkleinerung der Messunsicherheit bei dieser Messanordnung einen Sinn?
- Informieren Sie sich über Beispiele aus der Messtechnik in der Industrie und Wissenschaft, bei denen es auf die Messung des elektrischen Widerstandes mit höchster Genauigkeit ankommt oder bei denen die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes für kleinste Temperaturänderungen von größer Bedeutung ist.

4 Hinweise zu technischen Anwendungen

Die Brückenschaltung wird in der Messtechnik häufig verwendet. Man kann z. B. das verstärkte Ausgangssignal U_B der Brücke einem Motor zuführen, der den Schleifer auf dem Draht selbständig hin und her schiebt. Wenn die Brücke abgeglichen ist ($U_B = 0\text{V}$), bleibt der Motor M stehen (Selbstabgleich). Wenn man statt der von den Widerständen R_2 und R_X erzeugten Spannung dem Verstärkereingang E (siehe Abb. 4) eine zu messende, unbekannte Spannung U_X zuführt, verschiebt der Motor den Schleifer solange, bis

$$U_B = U_1 - U_X = 0 \quad (8)$$

wird.

Ein mit dem Schleifer fest verbundener Schreibstift schreibt dann einen der unbekannten Spannung U_X proportionalen Graphen. ("Kompensationsschreiber", erhältlich in x-t-Ausführung oder x-y-Ausführung.)

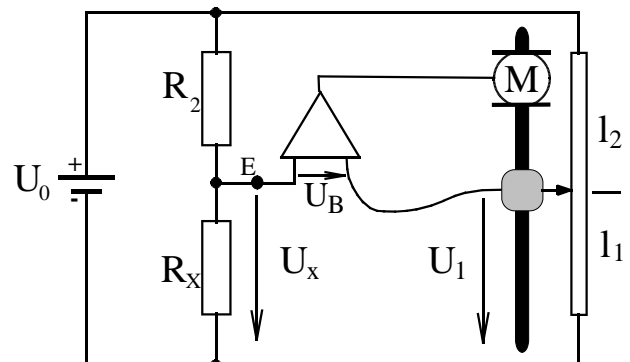


Abb. 4: Meßbrücke mit Motorabgleich

Literatur:

Dobrinski/Krakau/Vogel: *Physik für Ingenieure*; B. G. Teubner; Stuttgart 1993

L. Merz: *Grundkurs der Messtechnik, Teil II*; Oldenburg München 1970

W. Walcher: *Praktikum der Physik*; B. G. Teubner; Stuttgart 1989

Kohlrausch: *Praktische Physik, Band 2*; B. G. Teubner; Stuttgart 1985

W. H. Westphal: *Physikalisches Praktikum*; Vieweg Verlag; Braunschweig/Wiesbaden 1971