

Mikrowellen (MIW)

Ausbreitung von Mikrowellen in Hohlleitern, Mikrowellenoptik

Stichworte:

Elektromagnetische Wellen, Wellenleiter, Moden, Dispersion, Reflexion, Brechung, Totalreflexion, Beugung, Interferenz, Polarisation, Brewsterwinkel.

Ziel des Versuchs:

Studium der Ausbreitung von Mikrowellen in einem Rechteck-Hohlleiter. Studium der Eigenschaften von Mikrowellen anhand von "optischen" Experimenten. Die Verwendung von Mikrowellen hat den Vorteil, dass die Wellenlänge gegenüber sichtbarem Licht um den Faktor 10⁵ größer ist und damit in einer für den Menschen vorstellbaren und leicht handhabbaren Größenordnung liegt. Allerdings sind Mikroellen nicht sichtbar.

- a) Messung der Hohlleiterwellenlänge einer TE₁₀-Welle mit einer X-Band-Schlitzleitung
- b) Bestimmung der Wellenlänge der verwendeten Mikrowellen und Bestimmung der Brechzahl von Proben aus PVC und PE mit einem Michelson-Interfererometer
- c) Messungen der Abstrahlcharakteristik eines Dipol-Antennensystems
- d) Untersuchung der Totalreflexion mit zwei Plexiglasprismen
- e) Erzeugung von linear und zirkular polarisierten Mikrowellen mit Hilfe von $\lambda/2$ und $\lambda/4$ Wellenleiterplatten (Demo)
- f) Prinzipversuch zum Dopplerradar

Literatur:

Demtröder: Experimentalphysik Band 2 - Elektrizität und Optik, Springer Verlag Stadler: Hochfrequenztechnik, Kamprath-Reihe, Vogel Verlag Hecht: Optik, Addison-Wesley

Zur Vorbereitung auf die Versuche sind die Aufgaben im Text zu bearbeiten.

1 Grundlagen

Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen mit einer Wellenlänge von ca. 1 mm bis 10 cm. Der Frequenzbereich reicht damit von ca. 3 GHz bis 300 GHz. Mikrowellen haben eine breite Anwendung. Die wichtigsten Anwendungen sind:

- Nachrichtentechnik (Richtfunk, Satellitenkommunikation, TV-Satelliten, WLAN)
- Radar (Verkehrsüberwachung, Wetterbeobachtung, Astronomie)
- Wärmeerzeugung (Mikrowellenofen, Mikrowellentherapie in der Medizin)
- Spektroskopie (Absorptionsspektroskopie an Molekül-Rotationsübergängen)

Mikrowellen hoher Leistung werden mit Laufzeitröhren (Reflexklystron, Magnetron) erzeugt. Für geringere Leistungen, wie hier im Praktikumsversuch, werden meist Halbleiterbauelemente (Gunn-Diode) verwendet. Der Gunn-Effekt wurde 1963 von J.B. Gunn entdeckt.

Eine Gunn-Diode besteht nur aus n-dotierten Halbleiterschichten. In einer solchen Struktur lassen sich Mikrowellen-Oszillationen anregen, wenn an den Kristall eine ausreichend hohe Spannung angelegt wird. Die Kristallschichten haben eine Dicke von ca. 25 µm und sind unterschiedlich stark dotiert. Mit zunehmender Spannung werden die Elektronen in Energiebänder mit abnehmender Beweglichkeit gehoben, wodurch ein *negativer differentieller Widerstand* aufgebaut wird. Unter diesen Bedingungen "stauen" sich die Elektronen auf und wandern in Schüben (Wellen) durch die Diode.

1.1 Ausbreitung von Mikrowellen

Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen. Daher gelten für die <u>freie Ausbreitung</u> im Vakuum und in Dielektrika die gleichen Gesetze wie in der Optik für Licht. Im isotropen Dielektrikum ist die Phasengeschwindigkeit *c* von der frequenzabhängigen Permittivität $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ und der Permeabilität $\mu = \mu_0 \mu_r$ abhängig.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c_0}{n}$$

mit $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ und $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r}$ (Maxwellrelation)

Dabei ist c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit und *n* die Brechzahl. An Grenzflächen zeigen Mikrowellen das gleiche Transmissions- und Reflexionsverhalten wie Licht.

Die Ausbreitung als geführte elektromagnetische Wellen erfolgt in <u>Wellenleitern</u>. Dazu eignen sich Koaxialkabel (bis ca. 10 GHz) und insbesondere Hohlleiter, die im Vergleich zu Kabeln eine geringere Streckendämpfung haben. Die Ausbreitung in Hohlleitern ist jedoch auf bestimmte Wellenformen beschränkt, welche man als Moden bezeichnet. Die Moden zeigen Dispersion, d.h. die Phasengeschwindigkeit $c_{Ph} = \omega/k$ und die Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr} = d\omega/dk$ hängen von der Frequenz ab.

In diesem Versuch soll das Verhalten von Mikrowellen in einem rechteckigen Standard-Hohlleitern (Typ R100) untersucht werden.

1.2 Elektromagnetische Wellen in Hohlleitern

Zunächst betrachten wir die Randbedingungen bei der Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle zwischen zwei parallelen, ideal leitenden Platten.

E-Feld parallel zur Oberfläche

Ein parallel zu den Leiterplatten liegendes Wellenfeld E_{tan} muss <u>an der Oberfläche</u> verschwinden.

 $E_{\rm tan} = 0$

Eine tangential schwingende <u>ebene Welle</u> ist längs der z-Achse daher nicht ausbreitungsfähig. Eine ausbreitungsfähige Wellenform muss anders aussehen.

E-Feld senkrecht zur Oberfläche

Eine Welle, bei der *E* senkrecht zur Oberfläche der Platten steht, induziert auf der Oberfläche eine Ladungsdichte σ , die für den Erhalt der Welle verantwortlich ist.

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Die Feldstärke E zwischen den Leitern macht daher einen Sprung auf E = 0 im Leiter. Das Plattenpaar hat keinen Einfluss auf die Ausbreitung. Die Welle verhält sich im Zwischenraum wie eine ebene Welle im Vakuum.





Abb.: Möglicher Feldstärkeverlauf zwischen einem ideal leitenden Plattenpaar

Transversal elektrische TE-Welle: Moden

Welche Wellentypen erfüllen nun die Bedingung $E_{tan} = 0$ an der Oberfläche ? Eine ausbreitungsfähige Welle ergibt sich aus der Überlagerung einer unter dem Winkel θ eintretenden Welle mit ihren Reflexionen an den metallischen Seitenwänden des Hohlleiters (siehe Skizze).

Die Überlagerung der Zickzack-Wellen zu einer selbstkonsistenten Welle erfolgt so, dass sich in Richtung des Wellenleiters <u>Ausbreitungsverhalten</u> und senkrecht dazu <u>Stehwellenverhalten</u> ergibt.

Dies ist aber nur für ganz bestimmte Winkel θ möglich.

Entscheidend ist dabei auch der Phasensprung von π , den E_{tan} bei der Reflexion an der leitenden Oberfläche erfährt. Dies ergibt einen Knoten für E_{tan} und die Bedingung $E_{tan} = 0$ an der Oberfläche ist erfüllt.



Das folgende Modell verdeutlicht das Zustandekommen einer ausbreitungsfähigen Welle:

Die beiden Richtungen der Zickzack-Wellen, die sich im Hohlleiter zu der Hohlleiterwelle überlagern, wollen wir durch zwei ebene Wellen repräsentieren (siehe Bild unten). Sie sollen senkrecht zur Tafelebene, also parallel zur y-Achse polarisiert sein. Die durchgezogenen Linien stellen die Wellenberge dar (*E*-Feld zeigt aus der Tafeleben heraus). Die gestrichelten Linien stellen die Wellentäler dar (*E*-Feld zeigt in die Tafelebene hinein).

Betrachtet man die Skizze genau, so erkennt man, dass sich an den Orten x = a/2, a3/2... die beiden ebenen Wellen maximal addieren, während sie sich an den Orten x = 0, a, 2a... genau auslöschen. An den Orten x = 0 und x = a können daher Leiterplatten angebracht werden, ohne dass sich das Wellenfeld (innerhalb der Leiterplatten) ändert. Die Forderung $E_{tan} = 0$ an der Leiteroberfläche ist erfüllt.

Die räumliche Darstellung veranschaulicht noch mal wie sich zwei ebene Wellen, die sich unter einem Winkel 20 schneiden zu einem Wellenfeld überlagern, das die gleichen Eigenschaften aufweist, wie wir sie von der Hohlleiterwelle fordern.



In der obigen Skizze kann man die folgenden geometrischen Relationen ablesen.

$$\sin\theta = \frac{\lambda_0/2}{a}$$
 und $\cos\theta = \frac{\lambda_0}{\lambda_z}$



Dabei ist λ_0 die Wellenlänge der freien Welle, λ_z die "Wellenlänge" in Ausbreitungsrichtung z des Wellenleiters und *a* der Abstand der Leiterplatten. Durch Quadrieren und Addieren erhält man schließlich:

$$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_z^2} + \frac{1}{(2a)^2} \qquad \text{oder:} \qquad \lambda_z = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / 2a)^2}}$$

Die Wellenlänge λ_z ist immer größer als λ_0 . Eine Wellenausbreitung mit reellem λ_z ist nur möglich, wenn $\lambda_0 < 2a$. Man nennt $\lambda_g = 2a$ deshalb **Grenzwellenlänge**. Die Grenzfrequenz beträgt dann $f_g = c/2a$.

Da das elektrische Feld im Plattenpaar überall nur eine y-Komponente besitzt, darf das Wellenfeld mit zwei weiteren, leitenden Platten senkrecht zur y-Richtung und in beliebigem Abstand *b* "abgeschlossen" werden. So erhält man aus dem 2-Plattenwellenleiter schließlich den Rechteckhohlleiter. Die oben abgebildete Welle wird als *transversal elektrische Welle* bezeichnet, da das *E*-Feld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (TE_{10} -Mode)¹. Neben dieser einfachen Mode gibt es noch andere Wellentypen, die aber hier nicht diskutiert werden².

Die Gleichung für die TE₁₀-Welle lautet dann:

$$\vec{E} = \left\{0, E_y, 0\right\} \quad E_y = \hat{E}_0 \sin k_x x \cdot \sin(\omega t - k_z z) \qquad \text{mit } k_x = 2\pi/\lambda_a = \pi/a; \ k_z = 2\pi/\lambda_z$$

¹ Die Indizierung bedeutet hier, dass das transversale Wellenfeld entlang der x-Richtung <u>ein</u> Maximum der Feldstärke besitzt und entlang der y-Richtung 0 Maxima (= gleiche Feldstärke) besitzt. In allen handelsüblichen Hohlleitern ist a > 2b.

² Das magnetische Feld von TE-Wellen bildet ringförmig geschlossenen Kreise innerhalb des Hohlleiters, die in Ebenen senkrecht zum elektrischen Feld liegen.

Phasengeschwindigkeit

Entlang des Wellenleiters breitet sich die Phase mit der Phasengeschwindigkeit c_{Ph} aus.

$$c_{Ph} = \lambda_z \cdot f = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / 2a)^2}}$$

Die Phasengeschwindigkeit ist größer als c_0 und hängt von der Frequenz der Welle ab. Signalformen mit nichtverschwindender Bandbreite werden daher bei der Übertragung verzerrt (= Dispersion). Die Phasengeschwindigkeit wird Unendlich bei der Grenzwellenlänge $\lambda_g = 2a$.

Gruppengeschwindigkeit

Die Welle läuft auf ihrem Zickzackkurs im Hohlleiter mit c_0 . Projiziert man c_0 auf die Richtung des Wellenleiters, erhält man die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Wellenpakets in z-Richtung entlang des Wellenleiters.

Das ist die Gruppengeschwindigkeit, mit der sich auch die Energie der Welle ausbreitet.

$$v_{Gr} = c_0 \cdot \cos\theta = c_0 \sqrt{1 - (\lambda_0 / 2a)^2}$$



Dispersionsrelation

Mit
$$\sin\theta = \frac{\lambda_0}{2a}$$
 und $\cos\theta = \frac{k_z}{k_0}$ folgt: $\frac{\lambda_0^2}{4a^2} + \frac{k_z^2}{k_0^2} = 1.$ (1)

Wegen $\omega^2 = c_0^2 k_0^2$ erhält man weiter:

$$\omega^2 = c_0^2 k_z^2 + c_0^2 \frac{\pi^2}{a^2}$$
 Dispersions relation (für TE₁₀-Wellen) (2)

Diskussion

Für θ gegen Null muss der Abstand *a* des Wellenleiters wegen sin $\theta = \lambda_0/2a$ immer größer werden. Die Wellenlänge λ_z nähert sich dabei der Freiraumwellenlänge λ_0 . Die Phasengeschwindigkeit wird kleiner und nähert sich c_0 .

Die Gruppengeschwindigkeit wird größer und nähert sich ebenfalls c_0 .

Für θ gegen 90° ergibt sich $\lambda_0 = 2a$ (Grenzwellenlänge). Die Welle wird senkrecht zwischen den Platten hin- und herreflektiert. Es entsteht quer zum Wellenleiter eine stehende Welle, die sich entlang der Wellenleiters nicht mehr ausbreitet. Die Gruppengeschwindigkeit wird Null, während die Phasengeschwindigkeit gegen Unendlich geht.



1. Aufgabe:

Berechnen Sie mit Hilfe von (1) und der Dispersionsrelation (2)

a) die Phasengeschwindigkeit $c_{Ph} = \omega/k_z = c_{Ph}(\lambda_0, a)$ b) die Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr} = d\omega/dk_z = v_{Gr}(\lambda_0, a)$. c) Zeigen Sie, dass gilt: $v_{Gr} c_{Ph} = c_0^{-2}$. Hinweis: Bilden Sie das totale Differential ($2\omega d\omega = ...$).

Phasen- und Gruppengeschwindigkeit als Funktion von λ_0 und *a* angeben !

2. Aufgabe:

Berechnen Sie für den X-Band Hohlleiter des Versuchs (8,2 bis 12,5 GHz) mit den Abmessungen a = 22,86 mm, b = 10,16 mm (Typ R100) a) die Grenzwellenlänge λ_g und die Grenzfrequenz für die TE₁₀-Mode. b) das Verhältnis c_{PH}/c_0 und v_{Gr}/c_0 bei der Frequenz f = 10 GHz ?

2 Versuchsaufbau

Der Messaufbau für die verschiedenen Teilversuche besteht im wesentlichen immer aus 4 Basiseinheiten.

- Versorgungseinheit
- Mikrowellensender
- Mikrowellenempfänger (E-Feldsonde) mit Verstärker
- Versuchsanordnung, z.B. Prüfling zwischen Sender und Empfänger

Die Versorgungseinheit liefert eine einstellbare Gleichspannung für die Gunn-Diode und ein Modulationssignal zur Amplitudenmodulation der Mikrowelle. Der Mikrowellensender besteht aus einem Gunn-Oszillators, einem Isolator, einem PIN-Modulator und einer Hornantenne.

Im Hohlraumresonator (Gunn-Oszillator) wird die Schwingung der Gunn-Diode verstärkt und durch ein kleines Loch in den Hohlleiter ausgekoppelt.

Die Schwingung breitet sich als elektromagnetische Welle im Hohlleiter aus. Der Isolator verhindert eine Rückkopplung der Mikrowelle in den Resonator. Mit Hilfe des PIN-Modulators³ kann die Mikrowelle rechteckförmig amplitudenmoduliert werden.

³ PIN: pn-Diode mit intrinsischer (eigenleitender, undotierter) Schicht zwischen p- und n-Bereich. Bei Photodioden wird damit die Empfindlichkeit erhöht, da der Bereich in dem Photoelektronen erzeugt werden, größer wird.

Die von der trichterförmigen Antenne⁴ abgestrahlte Leistung beträgt maximal 25 mW. Zum Vergleich, ein WLAN-Router strahlt mit max. 30 mW = 14,7 dBm bei 2.4 GHz). Die Strahlung ist für die Versuche ausreichend parallel und linear polarisiert ⁵.



Der Empfänger besteht aus einer Hornantenne mit eingebauter Detektordiode. Die Hornantenne empfängt die Mikrowellen und die Diode richtet sie gleich. Aufgrund der nichtlinearen, in erster Näherung quadratischen Kennlinie ist das Spannungssignal der Diode proportional zum Quadrat des elektrischen Feldes der Welle und damit direkt proportional zur Intensität.

Das gleichgerichtete Detektorsignal kann mit einem Oszilloskop dargestellt werden oder mit dem frequenz- und phasenselektiven VSWR-Meter⁶ (Lock-In-Verstärker) gemessen werden. Für den Betrieb des Empfängers mit dem VSWR-Meter muss die Mikrowelle mit einer Frequenz von 1 kHz rechteckmoduliert sein. Das VSWR-Meter ist ebenfalls in das Versorgungsteil integriert. Auf dem Messgerät wird die relative Intensität auch als Pegelmaß in dB angezeigt:

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} dB = 20\log\frac{|E|}{E_{\text{max}}} dB$$

Ein weiterer Empfänger benutzt einen frei aufgestellten Empfangsdipol mit integrierter Detektordiode und Anpassungsnetzwerk (Tiefpass).

⁶ VSWR = Voltage Standing Wave Ratio

⁴ Die Hornantenne dient zur Anpassung des Wellenwiderstandes des Hohlleiters *Z* an den Wellenwiderstand Z_0 des freien Raumes. Der Wellenwiderstand $Z = Z_0 / \sqrt{1 - (\lambda_0 / 2a)^2}$ wird kontinuierlich auf Z_0 geändert, indem die Breite *a* des Hohlleiters trichterförmig vergrößert wird. Weiter wird mit der Hornantenne die Divergenz geringer und damit die Richtwirkung verbessert.

⁵ Bei interner Modulation (Kippschalterstellung: GUNN INT) kann die Gunn-Diodenspannung direkt mit 1 kHz moduliert werden, was ebenfalls zu einer Amplitudenmodulation des Mikrowellensignals führt. Dabei ist die Versorgungsspannung auf ca. 6 - 8 V einzustellen.

3 Versuche mit Mikrowellen

3.1 Bestimmung der Hohlleiterwellenlänge λ_z mit der Schlitzleitung

Um in einem Hohlleiter eine stehende Welle zu erzeugen, muss das Ende nur mit einer metallischen Platte abgeschlossen werden. Die Mikrowelle wird in sich zurückreflektiert. Es bildet sich ein stehendes Wellenfeld mit Knoten (Intensitätsminima) und Bäuchen (Intensitätsmaxima). Der Abstand der Knoten bzw. Bäuche ist $\lambda_z/2$.

Zur Messung der Feldverteilung im Hohlleiter wird der Hohlleiter aufgeschlitzt und eine kleine Stabantenne (Draht) eingetaucht. Eine Diode, die außerhalb des Hohlleiters an die Antenne angeschraubt wird (Koaxialdetektor) misst die Feldstärke. Durch Verschieben der Sonde entlang der Messleitung lässt sich der Verlauf der Feldstärke als Funktion von z bestimmen. Diese Anordnung nennt man <u>Schlitzleitung</u> oder <u>Messleitung</u>.⁷



Versuchsdurchführung und Auswertung

Der Schlitzleiter wird ca. 30 - 40 cm vor dem Sender aufgestellt. Das Ende des Schlitzleiters wird mit einer Metallplatte kurzgeschlossen, so dass die Mikrowelle in den Hohlleiter zurückreflektiert wird. Mit der Sonde wird dann die stehende Welle im Hohlleiter als Funktion von z vermessen (siehe Bild oben).

- a) Messen Sie das Detektorsignal als Funktion von z mit einer <u>Auflösung von ca. 1 mm</u> und tragen Sie die Messwerte in ein Diagramm ein.
 Der Verlauf des Signals ist mindestens über zwei Minima zu vermessen.
 Welche Signalform y(z) erwarten Sie ? (Hinweis: Signal ~ Energie)
- b) Bestimmen Sie aus dem Abstand der Minima die Wellenlänge λ_z und berechnen Sie λ_0 (*a* = 22,86 mm für den R100-Hohlleiter).

```
SWR = \frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{min}}} = \frac{|E_e| + |E_r|}{|E_e| - |E_r|} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \qquad r = \frac{E_r}{E_e} = \frac{Z_{Last} - Z_0}{Z_{Last} + Z_0} \qquad \qquad Z_0 = \text{Wellenwiderstand der Leitung}
```

⁷ Die Schlitzleitung dient in der Mikrowellenmesstechnik zur Bestimmung unbekannter Impedanzen (komplexer Widerstand). Dazu wird die Schlitzleitung mit der zu untersuchenden Impedanz Z_{Last} abgeschlossen. Die reflektierte Welle, deren Amplitude und Phase von der Impedanz Z_{Last} abhängt, führt zu einer stehenden Welle auf der Leitung. Aus dem sog. Stehwellenverhältnis SWR lässt sich die Impedanz bestimmen.

3.2 Messung der Dielektrizitätskonstanten *&***r mit dem Michelson-Interferometer**

Ein Michelson-Interferometer wird in der Optik meist zur Bestimmung von optischen Wegunterschieden verwendet (siehe Versuch "Michelson-Interferometer"). Es ist ein empfindliches Instrument, das sehr genau justiert werden muss.

Aufgrund der relativ großen Wellenlänge von Mikrowellen lässt sich ein Michelson-Interferometer für Mikrowellen leicht mit einfachen Hilfsmitteln und ohne kritische Justierarbeit realisieren.

Die vom Sender ausgesandte Mikrowelle wird am halbdurchlässigen Spiegel ST - das ist in unserem Fall eine dünne Plexiglasplatte - in zwei Anteile aufgespalten (siehe Bild). Nach der Reflexion an den Metallspiegeln M1 und M2 wird der Strahlteiler noch mal passiert und die beiden Teilwellen überlagern sich am Empfänger. Die Wegstrecke eines Teilstrahls kann durch Verschieben des Metallspiegels M2 verändert werden. Je nach dem so entstehenden Gangunterschied Δ der beiden Teilstrahlen erhält man am Empfänger unterschiedliche Intensitäten.

Für $\Delta = m\lambda_0$ ergeben sich Maxima, für $\Delta = (2m+1)\lambda_0/2$ ergeben sich Minima. Ergibt die Stellung von M2 gerade ein Maximum, tritt bei einer Verschiebung der Metallplatte von jeweils $\lambda_0/2$ erneut ein Maximum auf. Auf diese Weise kann die Wellenlänge λ_0 gemessen werden.



Mit Hilfe des Michelson-Interferometers kann auch die Dielektrizitätskonstante ε_r eines Dielektrikums bestimmt werden. Dazu wird der Metallspiegel M2 mit dem unmittelbar davor aufgestellten Dielektrikum so eingestellt, dass sich ein Minimum der Intensität ergibt (Stellung a). Wird dann das Dielektrikum entfernt, so verringert sich der optische Weg. Die Metallplatte M2 wird dann vom Sender weg verschoben, bis sich wieder ein Minimum einstellt. Die Verringerung des optischen Weges beim Entfernen des Dielektrikums wird damit kompensiert (Stellung b).

Für beide Stellungen sind die optischen Wege gleich.

2s = 2dn mit $s = d + \Delta s$

Für die Brechzahl $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ (Maxwellrelation) erhält man:

$$n = \frac{d + \Delta s}{d} = 1 + \frac{\Delta s}{d}$$

Versuchsdurchführung und Auswertung

- a) Bestimmen Sie zunächst die Wellenlänge λ_0 , indem Sie den Reflektor M2 verschieben und möglichst viele Minima (genauer als Maxima) ausmessen.
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Michelson-Interferometers die relative Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r = n^2$ einer PVC Probe (15 mm dick) und einer PE Probe (12 mm dick)⁸. Zur Messung wird erst der Spiegel M2 mit der unmittelbar davor platzierten Probe so verschoben, dass ein Minimum entsteht. Danach wird die Probe entfernt und erneut auf ein Minimum verschoben. Messunsicherheiten bestimmen!

Hinweis Die Dielektrizitätskonstante ist eine frequenzabhängige Größe! Vergleichen Sie mit den Literaturwerten.

3.3 Messung der Abstrahlcharakteristik eines Dipol-Antennensystems

Befindet sich ein Metallstab der Länge $\lambda/2$ parallel zur *E*-Feldrichtung im Strahlungsfeld der Mikrowelle, so wirkt er wie eine Dipol-Rundstrahlantenne. Die Welle wird empfangen und gleichzeitig (mit einer Phasenverschiebung von π) wieder abgestrahlt. Der Dipol wirkt als sekundär erregte Sendeantenne.

Eine regelmäßige Anordnung solcher Sendeantennen erzeugt ein richtungsabhängiges Strahlungsfeld um das Antennensystem, das durch Interferenz der Wellen von den einzelnen Sendedipolen entsteht. Die Interferenz wird wesentlich vom Gangunterschied der einzelnen Wellen in einer bestimmten Empfangsrichtung α bestimmt. Richtantennen arbeiten nach diesem Prinzip.

Versuchsdurchführung und Auswertung

In dem folgenden Versuch soll die Abstrahlcharakteristik von verschiedenen, regelmäßigen Dipol-Antennenanordnungen untersucht werden. Die einzelnen Dipolantennen von 12,5 cm Länge (ca. vierfache Wellenlänge) sind auf einer Steckplatte in vorgegebene Lochreihen einsetzbar. Der Abstand der Löcher ist gleich $\lambda/4$, $\lambda/2$ oder λ .

Versuch 1: Stecken Sie insgesamt 4 Stäbe an den Ecken eines Quadrats auf die Platte, so dass ihr Abstand in der Diagonalen 2λ beträgt (siehe Skizze). Stellen Sie eine Diagonale des Dipolsystems in Richtung zum Sender auf.



⁸ Eine genauere Analyse (Eindeutigkeit) zeigt, dass für die Dicke *d* gelten muss: $d < \lambda/(2n-2)$

Der Empfänger steht seitlich in Richtung der anderen Diagonale. Falls notwendig, kann ein direkter Empfang vom Sender mit einer Abschirmplatte verhindert werden.

- a) Drehen Sie leicht am Dipolsystem, bis der Empfang maximal ist, d.h. ein Interferenzmaximum auftritt. Geben Sie eine Erklärung !
- b) Drehen Sie die Steckplatte um 45°. Was beobachten Sie am Empfänger (Erklärung) ?
- c) Drehen Sie nun die Steckplatte wieder auf maximalen Empfang (siehe Abb.) und stecken Sie in den Diagonalen je zwei weitere Antennen ein, wobei die mittlere Position frei bleibt. Beschreiben Sie Ihre Feststellung und geben Sie eine Erklärung !

Versuch 2: Setzen Sie nun alle Stäbe in einer Reihe unter einem Winkel von ca. 45° zur Strahlrichtung der Mikrowelle ein und suchen Sie seitlich mit dem Empfänger den Ort für maximalen Empfang.



- a) Geben Sie eine Erklärung für den beobachteten Empfang ! Welches Gesetz aus der geometrischen Optik wird hier nachgewiesen ?
- b) Messen Sie auch hinter den Stäben in Richtung der Senderabstrahlung. Erklären Sie Ihre Beobachtung !

Versuch 3: Setzen Sie nun 4 Stäbe im Abstand von ca. $1,5 \cdot \lambda$ auf die Platte (siehe Skizze) und stellen Sie die Dipolreihe senkrecht zur Strahlrichtung in den Strahlengang.



a) Suchen Sie den Halbraum vor dem Dipolsystem nach Maxima ab. (siehe Skizze) Erklären Sie das Auftreten von Interferenzmaxima unter bestimmten Winkeln α . Berechnen Sie diese Winkel.

Zur Erinnerung: Bei der Beugung am Gitter treten Hauptmaxima der Interferenz auf, wenn die Bedingung $m\lambda = d \cdot \sin \alpha$ erfüllt ist.

3.4 Polarisationskontrolle mit $\lambda/4$ - und $\lambda/2$ - Wellenleitern (entfällt- nur Demo)

Eine linear polarisierte Welle, deren Polarisationsrichtung einen Winkel von 45° zu zwei parallelen Leiterplatten bildet, kann in eine Komponente parallel (E_{tan}) und eine gleich große Komponente senkrecht zu den Leiteroberflächen (E_{\perp}) zerlegt werden (kartesische Basis). Die E_{\perp} -Welle breitet sich mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 aus , während sich die Phase der Etan -Welle mit einer höheren, vom Abstand a abhängigen Geschwindigkeit cPH ausbreitet. Die Phasengeschwindigkeiten der zueinander senkrecht stehenden Komponenten sind also unterschiedlich. Nach Durchlaufen der Wegstrecke lim Zweiplattenleiter erfahren sie eine relative Phasenverschiebung $\Delta \varphi$.

$$\Delta \varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} - \frac{2\pi}{\lambda_z}\right) \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\lambda_0 / 2a\right)^2}\right) \cdot l$$

Wird die Strecke *l* so gewählt, dass $\Delta \varphi = \pi/2$ bzw. $\left(1 - \sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}\right) \cdot l = \lambda_0/4$, so ist die Welle beim Austritt zirkular polarisiert. Das ist die Wirkungsweise eines $\lambda/4$ -Wellenleiters (siehe Skizze).

Beträgt die Phasenverschiebung $\Delta \varphi = \pi$ wird die Polarisationsrichtung um 90° gedreht. Das ist die polarisationsdrehende Wirkungsweise eines $\lambda/2$ -Wellenleiters ($\lambda/2$ -Plättchen in der Optik). Im allgemeinen Fall $\Delta \varphi \neq \pi/2$, π ... ergibt sich eine elliptische Polarisation.



3. Aufgabe:

Im Versuchszubehör befindet sich ein $\lambda/4$ -Wellenleiter. Er besteht aus mehreren parallel angeordneten Blechstreifen der Breite l = 20 mm.

Berechnen Sie den Abstand *a* der Blechstreifen ($\lambda_0 = 32 \text{ mm}$) !

Versuchsdurchführung und Auswertung

Versuch 1: Existenz der TE₁₀-Welle des Wellenleiters

Orientieren Sie die Polarisation des Senders parallel zum Zweiplattenleiter. Der Empfangsdipol wird direkt hinter dem Plattenleiter ebenfalls parallel dazu aufgestellt. Verkleinern Sie den Abstand der Platten bis das Detektorsignal verschwindet. Bei welchem Abstand verschwindet das Signal und warum ?

Stellen Sie nun den Sender und den Empfangsdipol senkrecht zum Plattenleiter. Wie verhält sich nun das Detektorsignal bei Verkleinerung des Plattenabstandes. Bei welchem Abstand verschwindet nun das Signal und warum ?

Versuch 2: Kontrolle der Phasenverschiebung, ($\lambda/2$ - und $\lambda/4$ -Wellenleiter)

Neigen Sie den Sender unter 45° zum Zweiplattenleiter. Der Empfänger hinter den Platten wird so orientiert, dass er senkrecht zum Sender steht (Sende- und Empfangsdipol gekreuzt).

Ist die relative Phasenverschiebung $\Delta \varphi$ ein Vielfaches von 2π , bleibt die austretende Welle in der gleichen Richtung linear polarisiert und das Empfangssignal ist Null.

Für $\Delta \varphi = \pi$, 3π , 5π .. ist die austretende Welle ebenfalls linear polarisiert, aber um 90° gedreht. Das Empfangssignal ist nun maximal. Für Zwischenwerte von $\Delta \varphi$ ist die austretende Welle zirkular bzw. elliptisch polarisiert

In der Abbildung unten ist schematisch das Empfangssignal des gekreuzten Empfängers als Funktion des Plattenabstandes *a* aufgetragen $I(\Delta \varphi) = I(a)$.

Die Phasenverschiebung für $a \to \infty$ ist $\Delta \varphi = 0$. Das Detektorsignal verschwindet. Mit abnehmendem *a* wächst die Phasenverschiebung an, bis bei $\Delta \varphi = \pi \text{ ein Maximum der}$ Intensität erreicht ist. Die maximale Phasenverschiebung ist bei $a = \lambda_0/2$ erreicht und

beträgt $\Delta \varphi_{\text{max}} = \frac{2\pi}{\lambda_0} l$; der Gangunterschied ist dann $\Delta = l$.





- a) Drehung der Polarisationsrichtung um 90° (λ/2-Plättchen)
 Stellen Sie den Abstand des Plattenpaares so ein, dass sich Δφ = 3π
 (2. Maximum) ergibt. Überprüfen Sie die lineare Polarisation, indem Sie den Empfangsdipol um 90° drehen.
- b) Suchen Sie die beiden Minima f
 ür die gilt: Δφ = 2π und Δφ = 4π. Bestimmen Sie aus dem jeweiligen Plattenabstand a die effektive L
 änge l des Plattenleiters. (Hinweis: Die effektive L
 änge des Plattenleiters ist gr
 ößer als der parallele Teil, da der Einlauftrichter auch etwas beitr
 ägt. Rechnen Sie mit λ₀ = 32 mm).

3.5 Totalreflexion

Die Fresnelformeln aus der Optik geben die Reflexions- und die Transmissionskoeffizienten an der Grenzfläche zweier Ausbreitungsmedien an. Einfalls- und Brechungswinkel werden durch das Snelliusche Brechungsgesetz definiert.

 $n_1 \sin \beta_1 = n_2 \sin \beta_2$

Totalreflexion tritt auf, wenn $n_1 > n_2$ ist und wenn der Einfallswinkel β_1 den <u>Grenzwinkel der Totalreflexion</u> β_G überschreitet.

$$\sin \beta_G = n_2 / n_1 = n_{21}$$

Eine genauere Analyse zeigt, dass die Feldstärke in der Grenzschicht nicht abrupt auf Null abfällt. In der Grenzschicht bildet sich eine Welle, die parallel zur Grenzfläche fortschreitet und deren Feldstärke mit dem Abstand y zur Grenzfläche exponentiell abnimmt⁷.

Diese Welle im optisch dünneren Medium wird als evaneszentes Feld bezeichnet. Der Abklingfaktor γ beschreibt, wie weit das evaneszente Feld in das optisch dünnere Medium (hier Luft) eindringt.

 $E(y) = E_0 \exp\{-\gamma y\}.$ Der Abklingkoeffizient γ ist:

$$\gamma = k_2 \sqrt{n_{12}^2 \sin^2 \beta_1 - 1}$$

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_2} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \beta_1 - 1}$$
 (2)



Die evaneszente Welle oder auch "quergedämpfte" Welle kann mit einer *E*-Feldsonde abgetastet werden. Aus Formel (2) erkennt man: die Eindringtiefe $1/\gamma$ hängt von den Brechzahlen n_1 und n_2 und dem Einfallswinkel β ab; sie liegt in der Größenordnung der Wellenlänge.

Frustrierte Totalreflexion

Das Eindringen des evaneszenten Feldes in das optisch dünnere Medium bedeutet keinesfalls, dass das elektromagnetische Feld im optisch dichteren Medium verschwindet. Netto strömt keine Energie über - durch die Grenzfläche hindurchtretende Energie strömt direkt wieder zurück.

Gibt man der Strahlungsenergie allerdings innerhalb der Eindringtiefe die Möglichkeit zur Wechselwirkung, kann sie zurückgehalten werden, z.B. durch Absorption, Anregung von Fluoreszenz oder durch ein weiteres Prisma oder einen Wellenleiter, in dem das Licht sich weiter ausbreiten kann. In Reflexion wird dann ein entsprechender Verlust beobachtet. Man bezeichnet dies als abgeschwächte Totalreflexion bzw. frustrierte Totalreflexion.

Hinweis: Die sog. ATR-Infrarot-Absorptionsspektrometrie basiert auf dieser abgeschwächten Totalreflexion (ATR = Attenuated Total Reflection).

4. Aufgabe:

Berechnen Sie für den Übergang Plexiglas/Luft ($n_1 = 1,5$; $n_2 = 1$) die Eindringtiefe 1/ γ , wenn der Einfallswinkel $\beta_1 = 60^\circ$ und die Wellenlänge der Mikrowelle $\lambda_0 = 32$ mm sind.

Versuchsdurchführung und Auswertung⁹

Nähert man nach der untenstehenden Abbildung ein zweites Prisma der Grenzschicht zum ersten Prisma wird ein Teil der Intensität durch den "verbotenen" Bereich der optisch dünneren Grenzschicht transportiert. Dieser Teil breitet sich als ebene Welle in der ursprünglichen Richtung weiter aus.

⁹ Die Wellenzahl k_2 der Welle im opt. dünneren Medium hat die Komponenten

$$\vec{k}_2 = \{k_x, k_y\} = \{k_2 \sin \beta_2, k_2 \cos \beta_2\}$$
. Sie lässt sich dann wie folgt schreiben:

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \exp[j(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega t)] = \vec{E}_0 \exp[j(k_2 \sin \beta_2 x + k_2 \cos \beta_2 y - \omega t)]$$
(1)

Die Phase der Welle lässt sich mit dem Snelliuschen Brechungsgesetz umschreiben

$$j(k_2 \sin \beta_2 x + k_2 \cos \beta_2 y - \omega t) = j(k_2 \sin \beta_2 x \pm k_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta_2} \cdot y - \omega t) =$$
$$= j(k_2 \frac{n_1}{n_2} \sin \beta_1 x \pm k_2 \sqrt{1 - \frac{n_1}{n_2} \sin^2 \beta_1} \cdot y - \omega t)$$

Damit wird für den Fall der Totalreflexion $(n_{12}\sin\beta_1 > 1)$ die Wellenzahl in y-Richtung $k_y = k_2 \sqrt{\dots 1}$ rein imaginär. Setzt man in (1) ein, erhält man eine Welle, die sich in x-Richtung, also entlang der Grenzfläche ausbreitet und deren Feldstärke in y-Richtung exponentiell abfällt. :

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \exp[j(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega t)] = \vec{E}_0 \exp(-\gamma y) \exp[j(k_2 n_{12} \sin \beta_1 x - \omega t)]$$

$$\gamma = k_2 \sqrt{n_{12}^2 \sin^2 \beta_1 - 1}$$
Abklingkoeffizient in y-Richtung

Wegen $n_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{\omega/k_2}{\omega/k_1} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}$ ist die Ausbreitungskonstante in x-Richtung $k_x = k_2 n_{12} \sin \beta_1 = k_1 \sin \beta_1$

Die Wellenlänge der Oberflächenwelle wird schließlich zu

$$\lambda_x = \frac{\lambda_1}{\sin \beta_1} = \frac{\lambda_0}{n_1 \sin \beta_1}$$
 (Für $n_2 = 1$ und $\beta_1 = \beta_G$ ist $\lambda_x = \lambda_0$)

Im Experiment steigt die Intensität am Empfänger 1 (Transmission), während sie gleichzeitig am Empfänger 2 (Reflexion) abnimmt. Dieses Prinzip lässt sich auch zur Herstellung von Strahlteilern ausnutzen.



 Ordnen Sie zwei 60°-Plexiglasprismen nach Abbildung an. <u>Drehen Sie den</u> <u>Sender so, dass die Polarisation parallel zur Tischebene ist</u>. Die transmittierte Intensität *I*_{trans} und die reflektierte Intensität wird mit zwei Dipol-Empfängern gemessen und am Oszilloskop dargestellt. **Bitte sehr sorgfältig justieren!** Wegen *I* ∝ *E*² ist die transmittierte Intensität proportional zu exp[-2γd].

$$I_{trans} = I_0 \cdot \exp(-2\gamma d)$$

- Tragen Sie die transmittierte Intensität I_{trans} als Funktion des Abstandes d der beiden Prismen auf. Abstand der Messpunkte 0, 2 mm. Der Abklingkoeffizient γ ist in der Ausarbeitung mit Hilfe einer Kurvenanpassung (z.B. mit Origin oder QtiPlot) zu bestimmen¹⁰. Berücksichtigen Sie bei der Auswertung Messwerte erst ab d ≥ 2 mm, da sich wegen Oberflächenunebenheiten der Prismen sonst große Messfehler ergeben.
- Berechnen Sie die Brechzahl n_1 des Plexiglasprismas mit Hilfe von Formel (2).

Ein interessanter, mit der frustrierten Totalreflexion verknüpfter Effekt ist der sog. <u>Goos-Hähnchen-Effekt</u>: Einfallender und reflektierter Strahl erfahren bei der Totalreflexion einen Strahlversatz. Scheinbar wird der Strahl an einer tieferen, parallel zur Grenzfläche 1 verlaufenden Ebene 2 reflektiert.



¹⁰ Alternativ kann γ durch Auftragung der Messwerte auf halblogarithmischem Papier bestimmt werden. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt sich dabei zu $m = -2\gamma$.

$$I_{trans}(d_1) = I_0 \exp[-2\gamma d_1]$$

$$I_{trans}(d_2) = I_0 \exp[-2\gamma d_2]$$

$$I_{trans}(d_1) / I_{trans}(d_2) = \exp[-2\gamma (d_1 - d_2)]$$

Aus dem Verhältnis $I(d_1)/I(d_2)$ (z.B. für $I(d_1)/I(d_2) \approx 0.5$) lässt sich dann der Abklinkkoeffizienten γ und die Eindringtiefe der Feldstärke $1/\gamma$ bestimmen.

Eine einfache Bestimmung der Abklingkonstanten erhält man auch mit nur zwei Wertepaaren. Für zwei beliebige Abstände d_1 und d_2 gilt für Empfänger 1:

3.6 Dopplerradar

Frequenzmischung

Die Empfangsdiode besitzt wie jede Diode eine <u>nichtlineare Strom-Spannungskennlinie</u>. Werden an einer Diode die Spannungssignale von zwei Schwingungen der Frequenzen f_1 und f_2 überlagert, enthält das entstehende Strom-Ausgangssignal zusätzliche Frequenzanteile, die von der Krümmung der Kennlinie abhängen. Das Ausgangssignal wird "verzerrt". (siehe Skizze)



Für das Modell einer quadratischen Kennlinie mit Arbeitspunkt A, das für den Kleinsignalbereich eine gute Näherung darstellt, erhält man:

$$i_{Diode} \propto (u_0 + u_1 \sin \omega_1 t + u_2 \sin \omega_2 t)^2$$
$$i_{Diode} \propto a_0 + a_1 \sin \omega_1 t + a_2 \sin \omega_2 t + a_3 \sin^2 \omega_1 t + a_4 \sin^2 \omega_2 t + a_5 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t$$

Am Ausgang entstehen Signale mit unterschiedlichen Frequenzen:

 ω_1 , ω_2 , $2\omega_1$, $2\omega_2$, $(\omega_1 + \omega_2)$, $(\omega_1 - \omega_2)$

Diesen Vorgang nennt man Frequenz-Mischung oder einfach <u>Mischung</u>, die entsprechenden Bauelemente heißen <u>Mischer</u> (engl. Mixer).

Wird an der Diode der *E*-Feldsonde die Frequenz des Sendesignals ω_1 mit einer geringfügig unterschiedlichen Frequenz ω_2 überlagert, enthält das Ausgangssignal eine Komponente bei der Frequenz ($\omega_1 - \omega_2$) und einen Gleichanteil (Warum?).

Dopplereffekt

Das Signal mit der Frequenz ω_2 entsteht z.B. durch Reflexion der Sendewelle an einem bewegten Objekt. Man nennt die Frequenzänderung bei der Reflexion an einem bewegten Objekt Dopplerverschiebung.

Der Dopplereffekt tritt immer auf, wenn sich Sender und Empfänger mit einer Relativgeschwindigkeit v zueinander bewegen. Bei elektromagnetischen Wellen ist die Frequenz f_E der empfangenen Welle:

$$f_E = f_1(1 \pm \frac{v}{c})$$
 + bei Annäherung; - bei Entfernung (für $v \ll c$)

Bewegt sich z.B. die Reflektorplatte als "Empfänger" auf den Sender zu, empfängt sie eine um $\Delta f = f_E - f_1 = f_1(v/c)$ höhere Frequenz. Gegenüber dem feststehenden Empfänger (*E*-Feldsonde) bewegt sich die Platte (nun als Sender) ebenfalls mit *v* auf ihn zu, so dass der Dopplereffekt und die Frequenzverschiebung zweimal auftreten.

$$\Delta f = f_D = f_1 - f_2 = 2\frac{v}{c}f_1$$

Bei einer Senderfrequenz von 9,4 GHz ist die Dopplerverschiebung 62,6 Hz/(m/s).

Versuchsdurchführung und Auswertung (Demo)

Der Versuchsaufbau ist in untenstehender Skizze gezeigt. Der Sender erzeugt das Sendesignal mit der Frequenz f_1 und wird bei diesem Versuch <u>nicht moduliert</u>. Dazu wird der Kippschalter an der Modulatoreinheit auf "PIN ext" gestellt. Die Diode in der *E*-Feldsonde wird als Mischer benutzt. Ein kleiner Teil der Sendewelle wird direkt auf die Mischerdiode gegeben, indem man sie seitlich vor die Hornantenne stellt.

Das zweite Signal mit der Frequenz f_2 wird durch Reflexion des Sendesignals an einer bewegten Metallplatte erzeugt. Bewegt man die Metallplatte rasch hin und her, erscheint auf dem Oszilloskop das Dopplersignal. Die Eingangskopplung ist dabei auf AC zu stellen.



Bestimmen Sie die Frequenz Δf_D des Dopplersignals und berechnen Sie die Geschwindigkeit *v* mit der Sie das "Target" bewegt haben.

Hinweis: Die Messung der Frequenz erfolgt über die Messung der Periodendauer des Dopplersignals. Dazu betreibt man das Oszilloskop im Single-Trigger-Mode und nimmt immer nur einen "Doppelerburst" auf. Zur Bestimmung der Periodendauer benutzt man am besten die Anzeigemarken.

Auswertung am PC

Mit dem Messgerätesteuerungs- und Messdatenverarbeitungsprogramm Agilent VEE können die Dopplersignale auch auf den PC übertragen und verarbeitet werden.

Programmbedienung

- Starten Sie Agilent VEE und laden das Programm "TDS220_RS232_5.vee"
- Anklicken des "START" Buttons auf der Useroberfläche startet den Datentransfer zum Rechner. Das Signal und das Spektrum des Signals werden dargestellt.
- Mit Hilfe der "Curserfunktion" lässt sich die Dopplerfrequenz bestimmen.
- Die Daten lassen sich auch abspeichern (CSV-Format) und z.B. auch mit Excel darstellen.



Abb.: Beispiel für einen Dopplerburst und dem zugehörigen Spektrum

4 Testfragen

- 1) Was ist eine TE-Mode in einem Hohlleiter ?
- 2) Beschreiben Sie die Feldverteilung des elektrischen Feldes einer fortschreitenden TE₁₀-Welle in einem Rechteckhohlleiter.
- 3) Die Abbildung zeigt drei verschiedene TE-Moden. Zeichnen Sie den Feldstärkeverlauf E(x) und indizieren Sie die Moden TE_{xx}.



- 4) Zeichnen Sie für einen R100-Hohlleiter qualitativ die Graphen für folgende Größen:
 - Dispersions relation $\omega(k_z)$ für die TE₁₀ - Welle im Hohlleiter
 - Phasengeschwindigkeit $c_{\text{PH}}(\omega)$ der TE₁₀ Welle im Hohlleiter
 - Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr}(\omega)$ der TE₁₀ Welle im Hohlleiter

Skalieren Sie die Achsen und tragen Sie c_0 und ω_g ein. Wichtig: Achsenkreuz in den Ursprung legen!

- 5) Wozu dient eine Schlitzleitung (Anwendungen)?
- 6) Die Messung der Brechzahl mit dem Michelson-Interferometer ist mit der angegebenen Formel auf dünne Proben beschränkt.

Zeigen Sie, dass für Proben der Dicke d allgemein gilt:

$$n = 1 + \frac{\Delta s}{d} + \frac{m\lambda}{2d} \quad \text{mit} \ m = 0, 1, 2, \dots$$

Das Ergebnis ist nicht eindeutig - m ist so zu wählen, dass sich sinnvolle Werte für n ergeben. (Um ein eindeutiges Ergebnis zu erhalten, müsste z.B. eine zweite Messung bei einer anderen Wellenlänge erfolgen.)

- 7) Wie erzeugt man aus den linear polarisierten Mikrowellen eines Hornstrahlers zirkular polarisierte Mikrowellen?
- 8) Erklären Sie den Begriff "frustrierte Totalreflexion".
- 9) Was versteht man unter Frequenzmischung?

Hinweis: Die Rechenaufgaben 1 - 4 im Text in die Ausarbeitung übernehmen!