

Biomechanik II : Analyse und Simulation der Bewegungen des Menschen

Aufzeichnen von Bewegungsabläufen des Menschen und Simulation von Bewegungsvorgängen mit Computerprogrammen zur Berechnung von Belastungen in Gelenken und Muskeln sowie zur Optimierung von Bewegungsabläufen in Sport und Alltag



Prof. Dr.-Ing. Oskar Wallrapp

Fakultät 06 -
Feinwerk-,
Mikrotechnik,
Physikalische
Technik



HOCHSCHULE
FÜR ANGEWANDTE
WISSENSCHAFTEN · FH
MÜNCHEN

Biomechanik II :
Analyse und Simulation der Bewegungen des Menschen

**Das vorliegende Manuskript wurde als Hilfsmittel für die Vorlesung Biomechanik II erstellt.
Eine – auch auszugsweise – Wiedergabe oder Veröffentlichung bedarf der Genehmigung des
Verfassers.**

All copyrights are preserved.

**Das Manuskript können Sie herunterladen unter
http://www.fh-muenchen.de/fb06/professoren/wallrapp/d_wallrapp_o.html**

München, Oktober 2007

Prof. Dr. O. Wallrapp

Weitere Information:

Biomechanik I von Prof. Dr. E. Steinhauser und Dr. Ch. Kaddick umfaßt die Themen

[Histologische und biologische Grundlagen sowie funktionelle Anatomie des menschlichen
Bewegungsapparates](#)

[Grundlagen der Exoprothetik und Endoprothetik, geschichtliche Entwicklung bis hin zu
Biomaterialien, Verbindungstechniken, insbesondere an Hüfte und Knie.](#)

[Einführung in die experimentelle Orthopädie.](#)

Home Page: http://www.fh-muenchen.de/fb06/professoren/wallrapp/d_wallrapp_o.html

Programm in C zur Berechnung der Massendaten eines Menschen - siehe home page des Verfassers

Weitere web pages, siehe auch home page des Verfassers

Labor Endolab, Dr. Kaddick: www.endolab.de

Fakultät für Sportwissenschaft, Fachgebiet Sportgeräte und Sportmaterialien, TUM,

Prof. Dr. Senner: www.sport.tu-muenchen.de/

BASiS - Angewandte Biomechanik GmbH, München,

Dipl.Ing. Lehner: www.basis-biomechanics.com

Inhaltsverzeichnis

Seitenangaben kapitelweise

	Kap 0 -
Bezeichnungen	5
Rechenregeln	7
Literatur	11
Weitere Unterlagen	15
	Kap 1 -
1 Ziele und Probleme der Bewegungsanalyse	1
1.1 Fragestellungen / Computersimulation	1
1.2 Ziele einer Computersimulation in der Biomechanik	4
1.3 Probleme bei der Modellbildung	7
	Kap 2 -
2 Einführung in die Mehrkörpersimulation	1
2.1 Starrer Körper	2
2.1.1 Daten des starrer Körpers	2
2.1.2 Bewegungsgleichungen des starrer Körper	3
2.2 Elastischer Körper	5
2.3 Gelenke	6
2.3.1 Implizite Zwangsbedingungen am Gelenk	6
2.3.2 Zusammenstellung wichtiger Gelenke	7
2.3.3 Gelenke mit Bewegungseinschränkungen	9
2.4 Kraftelemente	11
2.4.1 Modelle von Kraftelementen	12
2.4.2 Der Muskel als Kraftelement	15
2.4.3 Kraftelemente mit Reibung	16
2.5 Sensoren	17
2.6 Bewegungsgleichungen des MKS	18
2.6.1 Freiheiten und Zwangsbedingungen des MKS	18
2.6.2 Bewegungsgleichungen des MKS	19
2.7 MKS-Programme und ihre Formalismen	22
	Kap 3 -
3 Der Mensch als Mehrkörpermodell	1
3.1 Modellübersicht	1
3.2 Ermittlung der Körperdaten der Segmente - Anthropologische Daten	6
3.2.1 Modellvereinfachungen	6
3.2.2 Verwendung von skalierten Massendaten	9
3.2.3 Experimentelle Bestimmung von Segmentdaten	15
3.2.4 Berechnung der Massendaten zusammengesetzter Körper	19
3.3 Festlegung der Gelenke und deren Bewegungsbereiche	22

3.4	Die Muskulatur in MKS-Modell	24
		Kap 4 -
4	Modelle für die Muskelmotorik	1
4.1	Gliederung der Muskulatur	1
4.2	Aufbau der Skelettmuskulatur	2
4.3	Mechanische Modelle für die Muskelkräfte	4
4.3.1	Allgemeiner Zusammenhang	4
4.3.2	Spezielle Muskelkraftmodelle	5
4.3.3	Verteilung der Lasten auf verschiedene Muskeln	8
4.3.4	Resultierende Muskelmomente an den Gelenken	10
4.4	Die Muskelgleichungen nach Kryszohn	13
4.4.1	Definition der Modellvariablen und Modellparameter	14
4.4.2	Kräftegleichgewicht	15
4.4.3	Die Aktivierungsdynamik (AD)	16
4.4.4	Das seriell elastische Element (SE)	18
4.4.5	Das parallel elastische Element (PE)	19
4.4.6	Das kontraktile Element (CE)	21
4.4.7	Simulationsergebnisse	26
		Kap 5 -
5	Bewegungsanalyse & Inverse Dynamik	1
5.1	Bewegungsanalyse/Ganganalyse	2
5.1.1	Ziele der Bewegungsanalyse	2
5.1.2	Aufzeichnen der Bodenreaktionskraft	4
5.1.3	Aufzeichnen der Bewegungen der Körperglieder	5
5.1.4	Berechnung der Gelenkwinkel aus Bewegungsbildern	7
5.2	Inverse Dynamik	11
		Kap 6 -
6	Projektarbeit:	
	Anwendung der Modelle auf biomechanische Fragen im Alltag und Sport.	
	Anwendung der inversen und direkten Dynamik.	
	Mit Hilfe von Computerprogrammen sollen Fragen der Biomechanik gelöst werden.	

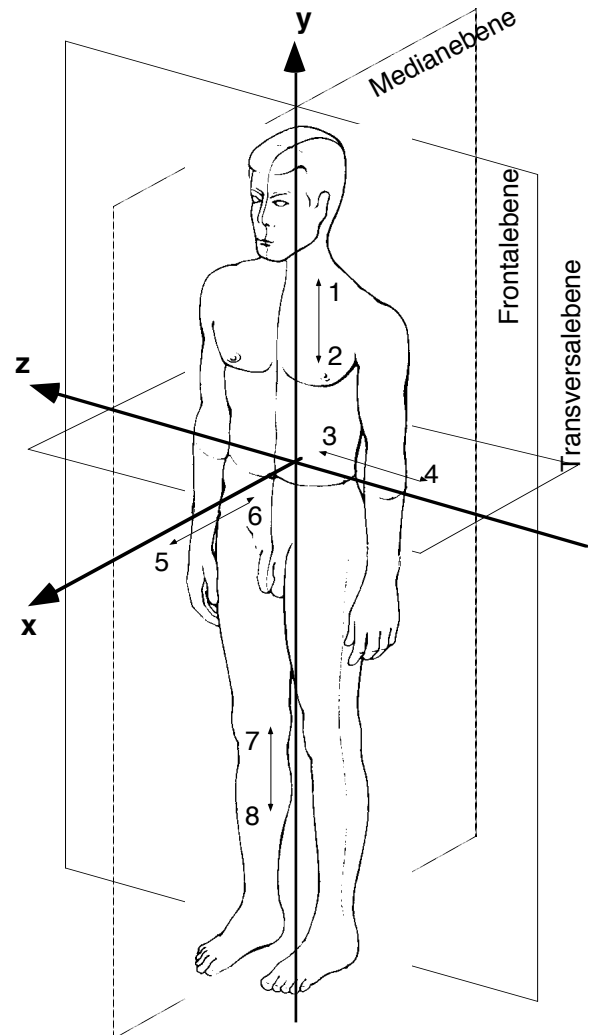
Bezeichnungen

Achsen und Ebenen des Körpers

☞ laut ISB (International Society of Biomechanics) Konventionen vom 23. März 1992

Achsen des Körpers

- y** = **vertikale** oder longitudinale Achse:
verläuft in Längsrichtung des Körpers,
hier **Fuß** ⇒ **Kopf**
- z** = **transversale** oder horizontale Achse:
verläuft quer durch den Körper nach rechts
- x** = **sagittale** Achse:
verläuft senkrecht zur vertikalen und
transversalen Achse von der hinteren
Körperwand durch die vordere Körperwand



Ebenen des Körpers

- x-y = Medianebene:** Symmetrieebene, die den Körper in 2 spiegelbildlich (theoretisch) gleiche Hälften teilt
- Sagittalebene:** verlaufen parallel zur Medianebene
- y-z = Frontalebene:** verläuft in Richtung der Stirn und senkrecht zur Medianebene
- x-z = Transversalebene:** alle Querschnittsebenen des Körpers

Richtungen im Raum

- | | | |
|---|-----------------------|---|
| 1 | kranial oder superior | = zum Kopfende hin |
| 2 | kaudal oder inferior | = zum Steißende hin |
| 3 | medial | = zur Medianebene hin |
| 4 | lateral | = von der Medianebene weg |
| | links | = gesehen vom Menschen |
| | rechts | = gesehen vom Menschen |
| 5 | ventral | = bauchwärts |
| 6 | dorsal | = rückenwärts |
| 7 | proximal | = der Körpermitte näher |
| 8 | distal | = der Körpermitte ferner, zum Ende der Gliedmaßen |

Gliederung des Körpers

Stamm	=	Kopf und Hals und Rumpf
Rumpf	=	Brustkorb und Bauch und Becken
Extremitäten	=	Oberarm und Unterarm und Hand
	=	Oberschenkel und Unterschenkel und Fuß

Abkürzungen

K	Kennzeichnung eines Koordinatensystems
I	Inertialsystem
B	körperfestes System
R	Referenzsystem (Zwischensystem)
\vec{e}_i	Basisvektoren, $i = x, y, z$ oder $i, 2, 3$; \vec{e}_i sind Einheitsvektoren mit $ \vec{e}_i = 1$
x, y, z oder $1, 2, 3$	Basisrichtungen eines Koordinatensystems K
X, Y, Z	Basisrichtungen des Inertialsystems I , (gestellfest)
s, v, a	Bewegungsgrößen für Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung
$\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi, \delta, \theta$	Drehwinkel
ω, α	Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung
$\mathbf{k}_r = (k_{r_x}, k_{r_y}, k_{r_z})^T$	Vektor mit Koordinaten in Basis K , keine Angabe, 0, 1 bedeuten Inertialsystem.
\mathbf{A}^{IB}	3×3 Drehmatrix der Basis B gegenüber I : $\vec{e}_i = \mathbf{A}^{IB} \vec{e}_B$, oder ${}^I \mathbf{v} = \mathbf{A}^{IB} {}^B \mathbf{v}$
2D	Ebene Betrachtung (freier Körper hat 3 Bewegungsmöglichkeiten)
3D	Räumliche Betrachtung (freier Körper hat 6 Bewegungsmöglichkeiten)
\mathbf{E}	Einheitsmatrix
\mathbf{A}^T	Transponierte der Matrix \mathbf{A} ; es gilt $(A_{ij})^T = (A_{ji})$
\mathbf{A}^{-1}	Inverse der Matrix \mathbf{A} ; es gilt $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{E}$, wo \mathbf{E} die Einheitsmatrix
CAD	Computer Aided Design
FEM	Finite Elemente Methode
MKS	Mehrkörpersystem
GGB	Gleichgewichtsbedingungen
AE	algebraic equations
DE	differential equations
DAE	differential algebraic equations
FHG	Freiheitsgrad
DOF	Degree of Freedom
PCA	<u>P</u> hysical <u>C</u> ross section <u>A</u> rea

Rechenregeln

1. Allgemein:

Skalare beliebige Buchstaben einschließlich griechische Buchstaben, z.B. $a, b, P, x_i, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$

Indizes mit kleinen Buchstaben, z.B. i, j, k, l

Matrizen und Vektoren sind Felder mit Skalare. Ein Vektor ist die Spalte einer Matrix.

unabhängig vom speziellen Vektorraum und unabhängig von einer speziellen Basis

Vektoren sind Kleinbuchstaben, im Manuskript Fettdruck, z. B.

$$(1) \quad \mathbf{x} = (x_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (x_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

beim Handschreiben (an der Tafel) wird der Buchstabe unterstrichen z.B. $\underline{x} = (x_j)$,

Vektornorm (2) $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

Matrizen sind Großbuchstaben im Manuskript Fettdruck z.B.

$$(3) \quad \mathbf{M} = (M_{ij}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

beim Handschreiben (an der Tafel) wird der Buchstabe doppelt unterstrichen $\underline{\underline{M}} = (M_{ij})$.

2. "Physikalische Vektoren" im Raum \mathfrak{R}^2 oder \mathfrak{R}^3 nach Hamel

unabhängig von einer speziellen Basis

Vektoren mit Klein- oder Großbuchstaben, mit Pfeil oben, z.B.

$$\vec{v}, \vec{F}$$

Betrag oder Länge eines Vektors, z. B.

$$(4) \quad v = |\vec{v}|; \quad F = |\vec{F}|;$$

3. Darstellung eines Vektors im Koordinatensystem

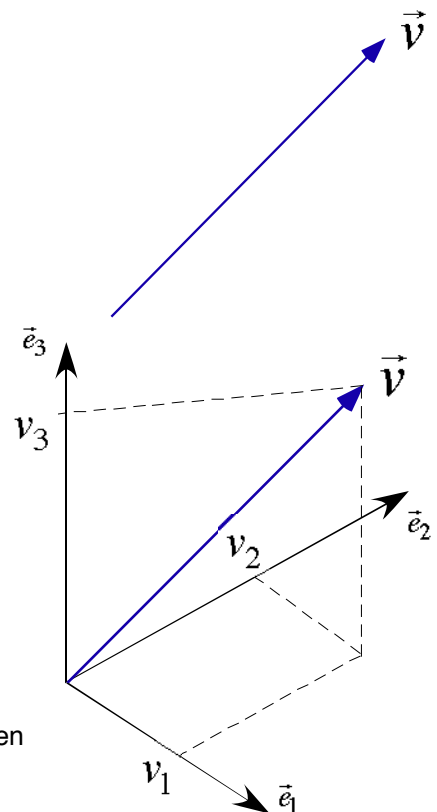
mit den Basisvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ (3D oder 2D),

wo $|\vec{e}_i| = 1$, z.B.

$$(5) \quad \vec{v} = \vec{e}_1 v_1 + \vec{e}_2 v_2 + \vec{e}_3 v_3 \equiv \vec{e}^T \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \vec{e}$$

$$\text{wo } \mathbf{v} = (v_i) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{e} = (\vec{e}_i) = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{pmatrix}$$

und v_1, v_2, v_3 sind die Koordinaten oder Komponenten des Vektors \vec{v} .



Speziell: **kartesisches Rechtshandsystem**

$$(6) \quad \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \vec{e} \cdot \vec{e}^T = \mathbf{E}$$

$$(7) \quad \vec{e}_i \times \vec{e}_j = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_k \quad \text{bzw.} \quad \vec{e} \times \vec{e}^T = \begin{pmatrix} 0 & \vec{e}_3 & -\vec{e}_2 \\ -\vec{e}_3 & 0 & \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 & -\vec{e}_1 & 0 \end{pmatrix} = \tilde{\vec{e}}^T$$

wo \mathbf{E} die Einheitsmatrix, ε_{ijk} der Permutationstensor, \sim der Tilde-Operator für ε_{ijk}

4. Zuordnung Vektorrechnung und Matrizenrechnung

Vektor- (Tensor-) Rechnung

Matrizenrechnung mit den Komponenten

bez. Basisrichtungen $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$

\vec{v}

$$\mathbf{v} = (v_i) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3$$

Betrag (Länge) $v = |\vec{v}|$

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

Addition $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_i) + (b_i) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
 $= ab \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$

$$\mu = \mathbf{a}^T \mathbf{b} = \mathbf{b}^T \mathbf{a} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Diadisches Produkt $\vec{I} = \vec{a} \circ \vec{b}$

$$\mathbf{I} = (I_{ij}) = \mathbf{a} \mathbf{b}^T, \quad \mathbf{I}^T = \mathbf{b} \mathbf{a}^T$$

= Tensor 2. Stufe

$$= \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{pmatrix}$$

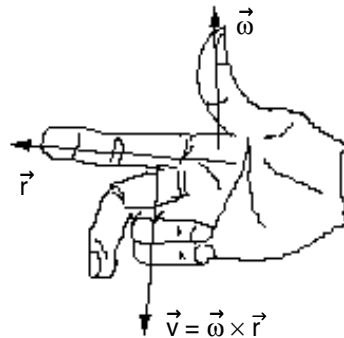
Kreuzprodukt $\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{a}} \mathbf{b} = -\tilde{\mathbf{b}} \mathbf{a}$ (auch $\tilde{\mathbf{a}} \equiv \tilde{\mathbf{A}}$ möglich)

$$v = |\vec{v}| = ab \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$= \begin{pmatrix} -a_3 b_2 + a_2 b_3 \\ +a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ -a_2 b_1 + a_1 b_2 \end{pmatrix} \quad \text{wo} \quad \tilde{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Beispiel aus der Kinematik:



folglich gilt:

$$\mathbf{v} = \tilde{\omega} \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -\omega_z r_y + \omega_y r_z \\ +\omega_z r_x - \omega_x r_z \\ -\omega_y r_x + \omega_x r_y \end{pmatrix}, \quad \tilde{\omega} \tilde{\omega} = \begin{bmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x \omega_y & \omega_x \omega_z \\ \cdot & -\omega_x^2 - \omega_z^2 & \omega_y \omega_z \\ \text{symm.} & \cdot & -\omega_x^2 - \omega_y^2 \end{bmatrix}$$

Beachte: $\tilde{\omega} \times \tilde{\omega} = 0$

$$\tilde{\omega} \omega = 0, \quad \tilde{\omega}^T = -\tilde{\omega}$$

5. Koordinatensystem, Ortsvektor und Drehmatrix

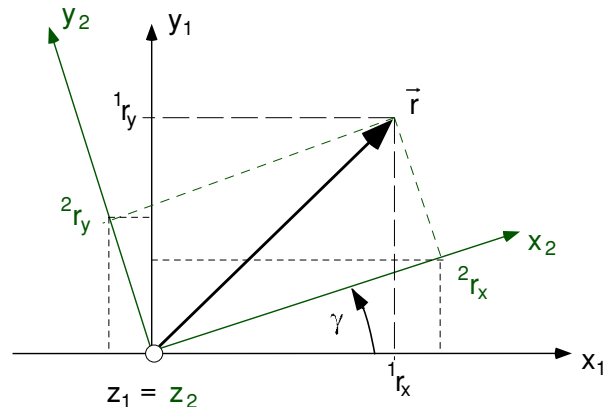
Koordinatensysteme: $K_1(x_1, y_1, z_1), K_2(x_2, y_2, z_2)$:

Ortsvektor: $\vec{r} = \vec{e}_{x1}^1 r_x + \vec{e}_{y1}^1 r_y + \vec{e}_{z1}^1 r_z = \vec{e}_1^T \mathbf{r} \equiv \vec{e}_{x2}^2 r_x + \vec{e}_{y2}^2 r_y + \vec{e}_{z2}^2 r_z = \vec{e}_2^T \mathbf{r}$

Die Koordinaten oder Komponenten sind

$$\mathbf{r}^1 = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \text{ in } K_1$$

$$\mathbf{r}^2 = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \text{ in } K_2 \neq \mathbf{r}^1$$



Drehung zweier Koordinatensysteme

Betrag von \vec{r} : $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$

Transformation in der x-y-Ebene bei Drehung um z:

$$\begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{r}^1 = \mathbf{A}^{12}(\gamma) \mathbf{r}^2$$

\mathbf{A}^{12} ist **Dreh- oder Orientierungsmatrix** von Basis K_2 gegenüber K_1

Drehung um z-Achse mit Drehwinkel γ : $\mathbf{A}^{12}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ebenso $\vec{e}_1 = \mathbf{A}^{12} \vec{e}_2$

γ ist positiv, wenn man x_1 -Achse in Deckung mit x_2 -Achse bringt, also eine positive Drehung um z-Achse ausführt.

Eigenschaften: $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T, \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T = \mathbf{E}$, weil \mathbf{A} eine orthogonale Matrix

Umkehrung: $\vec{e}_2 = \mathbf{A}^{21} \vec{e}_1 = (\mathbf{A}^{12})^T \vec{e}_1$ oder $\mathbf{r}^2 = (\mathbf{A}^{12})^T \mathbf{r}^1$

falls $\vec{e}_1 \equiv \vec{e}_2$: $\mathbf{A}^{12} = \mathbf{E}; \mathbf{r}^1 = \mathbf{r}^2$

Linearisierung von \mathbf{A}^{12} (kleine Drehwinkel $\gamma \ll 1$): $\cos \gamma \approx 1, \sin \gamma \approx \gamma$

in x-y-Ebene mit Drehwinkel γ : $\mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Transformation im Raum, siehe z.B. (Roberson and Schwertassek 1988)

☞ Eine allgemeine Drehung kann durch drei Einzeldrehungen erzeugt werden:

a) Kardanwinkel mit den Drehkoordinaten $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\gamma(t)$ in der Drehfolge 1-2-3

Drehung der Basis K_1 gegenüber Basis K_2 mit 3 Elementardrehungen:

1. um x_1 - Achse mit Winkel α , \rightarrow neue Achsen y' , z' und x' bei $x' = x_1$
2. um y' - Achse mit Winkel β , \rightarrow neue Achsen x'' , z'' und y'' bei $y'' = y'$
3. um z'' - Achse mit Winkel γ . \rightarrow neue Achsen x_2 , y_2 und z_2 bei $z_2 = z''$

$$\text{Transformation } \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{e}_2 \text{ wo } c \equiv \cos, s \equiv \sin$$

$$\vec{e}_1 = \mathbf{A}(\alpha) \quad \mathbf{A}(\beta) \quad \mathbf{A}(\gamma) \quad \vec{e}_2 = \mathbf{A}^{12} \vec{e}_2$$

$$\text{mit der Drehmatrix } \mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta \\ c\alpha s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma & c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma & -s\alpha c\beta \\ s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta c\gamma & s\alpha c\gamma + c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha c\beta \end{pmatrix}$$

☞ **Linearisierung** von \mathbf{A}^{12} für kleine Drehwinkel α, β, γ : (Für \sim siehe Rechenregeln-Tilde-Operator)

$$\mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{E} + \tilde{\boldsymbol{\vartheta}} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\vartheta} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

b) Andere Drehbeschreibungen:

Kardanwinkel der Drehfolge z-y-x;

Eulerwinkel mit Drehfolge z-x-z;

Drehzeiger, Eulerparameter, Rodriguesparameter

6. Differentiation von Funktionen (Kettenregel):

$$\text{Funktion } a(\varphi(t)): \quad \frac{da}{dt} = \dot{a} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \dot{\varphi}$$

$$\text{Funktion } a(\varphi(t), \gamma(t)): \quad \frac{da}{dt} = \dot{a} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial a}{\partial \gamma} \dot{\gamma}$$

Literatur

Die Literatur der Biomechanik ist unterschieden in – hier ein kleiner Auszug:

Bücher zur Anatomie

(Faller 1967; Leonhardt, Tillmann et al. 1987)

Bücher zur Biomechanik

(Winter 1990; Nigg and Herzog 1994); Hertel 1980); Menschik 1985)

Veröffentlichungen zur Biomechanik

(Braune and Fischer 1889), (Essinger 1989; Blankevoort 1991; Ertl, Ruder et al. 1993), (Garg and Walker 1990; Gruber, Hospach et al. 1992), (Jäger, Luttmann et al. 1991), (Lehner and Wallrapp 1996), (Wismans 1980), (Yamaguchi, Sawa et al. 1990),

Diplomarbeiten und Dissertationen zur Biomechanik

(Jäger 1986; Hofmann 1987; Hollweck 1996), (Lehner 1995), (Maier 1995), (Kryszohn 1999; Jüptner 2001; Ertl 2003)

Bücher zur Mehrkörperdynamik

(Roberson and Schwertassek 1988; Haug 1989; Schwertassek and Wallrapp 1999)

(Brebbia 1982), (KnowledgeRevolution 1999), (Schiehlen 1990; Kortüm and Sharp 1993)

Die Referenzen lauten

Blankevoort, L. (1991). "Articular Contact in a Three-Dimensional Model of the Knee." J. Biomechanics

24.

Braune, W. and O. Fischer (1889). "Über den Schwerpunkt des Menschen." Abh. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. **XXXVI**: 560-689.

Brebbia, C. A. (1982). Finite Element Systems, A Handbook. Berlin, Springer-Verlag.

Ertl, C. (2003). Entwicklung einer Optimierungsumgebung für mechanische Systeme, Fachhochschule München.

Ertl, T., H. Ruder, et al. (1993). "Interactive Control of Biomechanical Animation." Visual Computer **9**: 459-465.

Essinger, J. R. (1989). "A mathematical model for the evaluation of the behaviour during flexion of condylar-type knee prostheses." J. of Biomechanics **22**.

Faller, A. (1967). Der Körper des Menschen. Stuttgart, G. Thieme Verlag.

Garg, A. and P. S. Walker (1990). "Prediction of Total Knee Motion using a Three-Dimensional Computer Graphics Model." J. o. Biomechanics **23**.

Gruber, K., F. Hospach, et al. (1992). Das Modell der Schwabbelmassen und seine Einsatzmöglichkeiten. 1. Int. Konf. Biomechnaik im Turnen, Köln.

Haug, E. J. (1989). Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Volume I: Basic Methods. Boston, Allyn and Bacon.

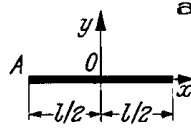
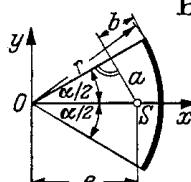
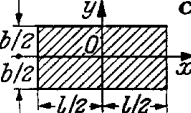
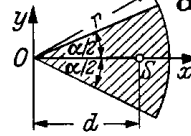
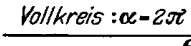
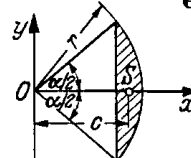
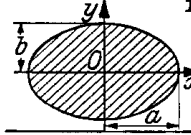
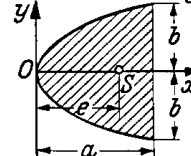
- Hofmann, G. O. (1987). Die Biomechanik des Femoropatellaren Gleitlagers unter Berücksichtigung der Kniegelenksendoprothetik, Technische Universität München.
- Hollweck, F. (1996). Skisprung, Fachhochschule München.
- Jäger, M. (1986). Biomechanisches Modell des Menschen zur Analyse und Beurteilung der Wirbelsäule bei der Handhabung von Lasten, Univ. Dortmund.
- Jäger, M., A. Luttmann, et al. (1991). "Lumbar load during one-handed bricklaying." Int. Journ. Industrial Ergonomics **8**: 261-277.
- Jüptner, S. (2001). Erprobung und Anpassung eines computersimulierten Muskelmodells für Optimierungen am Fahrrad, Fachhochschule München.
- KnowledgeRevolution (1999). WorkingModel2D, Version 5.0. San Mateo, Ca, Knowledge Revolution.
- Kortüm, W. and R. S. Sharp, Eds. (1993). Multibody Computer Codes in Vehicle System Dynamics. Lisse, Swets and Zeitlinger.
- Kryszohn, F. (1999). Entwicklung eines Muskelmodells für Mehrkörperprogramme zur Simulation der Streckung im Kniegelenk, Fachhochschule Hamburg.
- Lehner, M. (1995). 3D-Simulation des menschlichen Kniegelenks, Fachhochschule München.
- Lehner, S. and O. Wallrapp (1996). 3D-Simulation of the Human Knee-Joint. 10th Conference of the European Society of Biomechanics, Leuven (Belgium).
- Leonhardt, H., B. Tillmann, et al. (1987). Anatomie des Menschen, Band I: Bewegungsapparat. Stuttgart, G. Thieme Verlag.
- Maier, H. (1995). 2D-Simulation des menschlichen Kniegelenks, Fachhochschule München.
- Nigg, B. M. and W. Herzog, Eds. (1994). Biomechanics. Chichester, John Wiley & Sohn.
- Roberson, R. E. and R. Schwertassek (1988). Dynamics of Multibody Systems. Berlin, Springer-Verlag.
- Schiehlen, W. O., Ed. (1990). Multibody Systems Handbook. Berlin, Springer-Verlag.
- Schwertassek, R. and O. Wallrapp (1999). Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme. Braunschweig, Friedr. Vieweg Verlag.
- Winter, D. A. (1990). Biomechanics and Motor Control of Human Movement. New York, J. Wiley & Sons.
- Wismans, J. (1980). "A Three-Dimensional Mathematical Model of the Human Knee-Joint." J. o. Biomechanics **13**.
- Yamaguchi, G. T., A. G. U. Sawa, et al. (1990). A Survey of Human Musculotendon Actuator Parameters. Multiple Muscle Systems. j. M. Winters and S. L.-Y. - Woo. New Work, Springer-Verlag.

Weitere Unterlagen

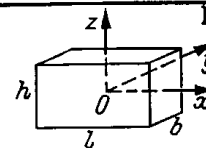
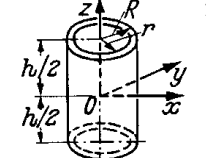
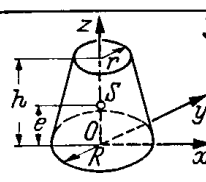
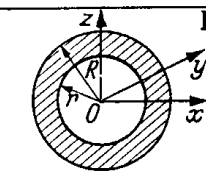
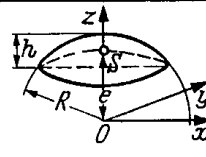
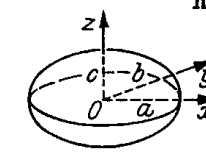
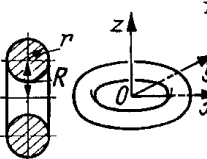
Massenträgheitsmomente homogener Linien, Flächen und Körper

aus Falk, Techn. Mechanik, Band 2, Springer-Verlag 1986.

Tabelle 3a–g. Schwerpunkte und Hauptdrehmassen einiger homogener Linien und Flächen

	Länge bzw. Fläche	Schwerpunkt	Hauptdrehmassen			Bezugspunkte
			Θ_{xx}	Θ_{yy}	$\Theta_{zz} = \Theta_{pol} = \Theta_{xx} + \Theta_{yy}$	
 <p>Stab</p>	l	$S = 0$	0	$m \frac{l^2}{12}$	$m \frac{l^2}{12}$	S
 <p>Kreisbogen</p>	$r \cdot \alpha$	$a = \frac{r}{\alpha}(1 - \cos \alpha)$ $b = \frac{r}{\alpha}(\alpha - \sin \alpha)$ $e = r \frac{\sin \alpha/2}{\alpha/2}$	$m \frac{r^2}{2} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$	$m \frac{r^2}{2} \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$	$m r^2$	0
 <p>Rechteck</p>	lb	$S = 0$	$m \frac{b^2}{12}$	$m \frac{l^2}{12}$	$m \frac{b^2 + l^2}{12}$	S
 <p>Kreisausschnitt</p>	$\frac{r^2}{2} \alpha$	$d = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha/2}{\alpha/2}$	$m \frac{r^2}{4} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$	$m \frac{r^2}{4} \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$	$\frac{m r^2}{2}$	0
 <p>Vollkreis: $\alpha = 2\pi$</p>	πr^2	$d = 0$	$m \frac{r^2}{4}$	$m \frac{r^2}{4}$	$\frac{m r^2}{2}$	0
 <p>Kreisabschnitt</p>	$\frac{r^2}{2}(\alpha - \sin \alpha)$	$c = \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \alpha/2}{\alpha - \sin \alpha}$	$\frac{m r^2}{4} \left(1 - \frac{\delta}{3}\right)$	$\frac{m r^2}{4} (1 + \delta)$	$\frac{m r^2}{2} (1 + \frac{\delta}{3})$	0
			mit $\delta = \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha} \sin \alpha$			
 <p>Ellipse</p>	$ab\pi$	$S = 0$	$\frac{m b^2}{4}$	$\frac{m a^2}{4}$	$m \frac{b^2 + a^2}{4}$	S
 <p>Parabel</p>	$\frac{4}{3} ab$	$e = \frac{3}{5} a$	$m \frac{b^2}{5}$	$m \frac{3a^2}{7}$	$m \frac{7b^2 + 15a^2}{35}$	0

homogener Körper

	Volumen	Schwerpunkt	Hauptdrehmassen bezüglich 0		
			$\Theta_{xx} = C$	$\Theta_{yy} = B$	$\Theta_{zz} = A$
<p>Quader</p> 	hbl	$S = 0$	$\frac{m}{12}(b^2+h^2)$	$\frac{m}{12}(l^2+h^2)$	$\frac{m}{12}(b^2+l^2)$
<p>Hohlzylinder</p> 	$\pi h(R^2-r^2)$	$S = 0$	$\frac{m}{4}(R^2+r^2+\frac{h^2}{3})$		$\frac{m}{2}(R^2+r^2)$
<p>Kegelstumpf</p> 	$\frac{\pi}{3}h(R^2+Rr+r^2)$	$e = \frac{h}{4} \frac{R^2+2Rr+3r^2}{R^2+Rr+r^2}$	$\frac{m}{20} \left[3(R^2+r^2) + \frac{(2R^2+6Rr+12r^2)h^2-3R^2r^2}{R^2+Rr+r^2} \right]$		$\frac{3m}{10} \frac{R^5-r^5}{R^3-r^3}$
<p>Hohlkugel</p> 	$\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$	$S = 0$	$\frac{2}{5}m \frac{R^5-r^5}{R^3-r^3} = \frac{2}{5}mR^2 \left[1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{r^2}{R^2+Rr+r^2} \right]$		
<p>Kugelkappe</p> 	$\frac{\pi}{3}h^2(3R-h)$	$e = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2R-h)^2}{3R-h}$	$\frac{1}{2}m \left[2R^2 + \frac{3}{2}h^2 - \frac{30R^2-3h^2}{5(3R-h)}h \right]$		$\frac{m}{10}h \frac{20R^2-15Rr+3h^2}{3R-h}$
<p>Ellipsoid</p> 	$\frac{4}{3}\pi abc$	$S = 0$	$\frac{m}{5}(b^2+c^2)$	$\frac{m}{5}(a^2+c^2)$	$\frac{m}{5}(a^2+b^2)$
<p>Kugel $a=b=c=r$</p>	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 0$	$\frac{2}{5}mr^2$		
<p>Toroid</p> 	$2\pi^2R \cdot r^2$	$S = 0$	$\frac{m}{8}(4R^2+5r^2)$		$\frac{m}{4}(4R^2+3r^2)$