Lösungen der Aufgaben aus Kap. 6 (siehe auch Internet)

Aufgabe 6.1: Kinetostatik der exzentrischen Schubkurbel (analytisch)

Geg.: Schubkurbel entsprechend Aufgabe 2.17 mit Längen r = 30 cm, l = 60 cm, e = 10 cm,

Winkel φ = 30° bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω = 4 rad/s = konstant.

Auf den Kolben wirkt eine konstante äußere Last von F_{41} = 500 N.

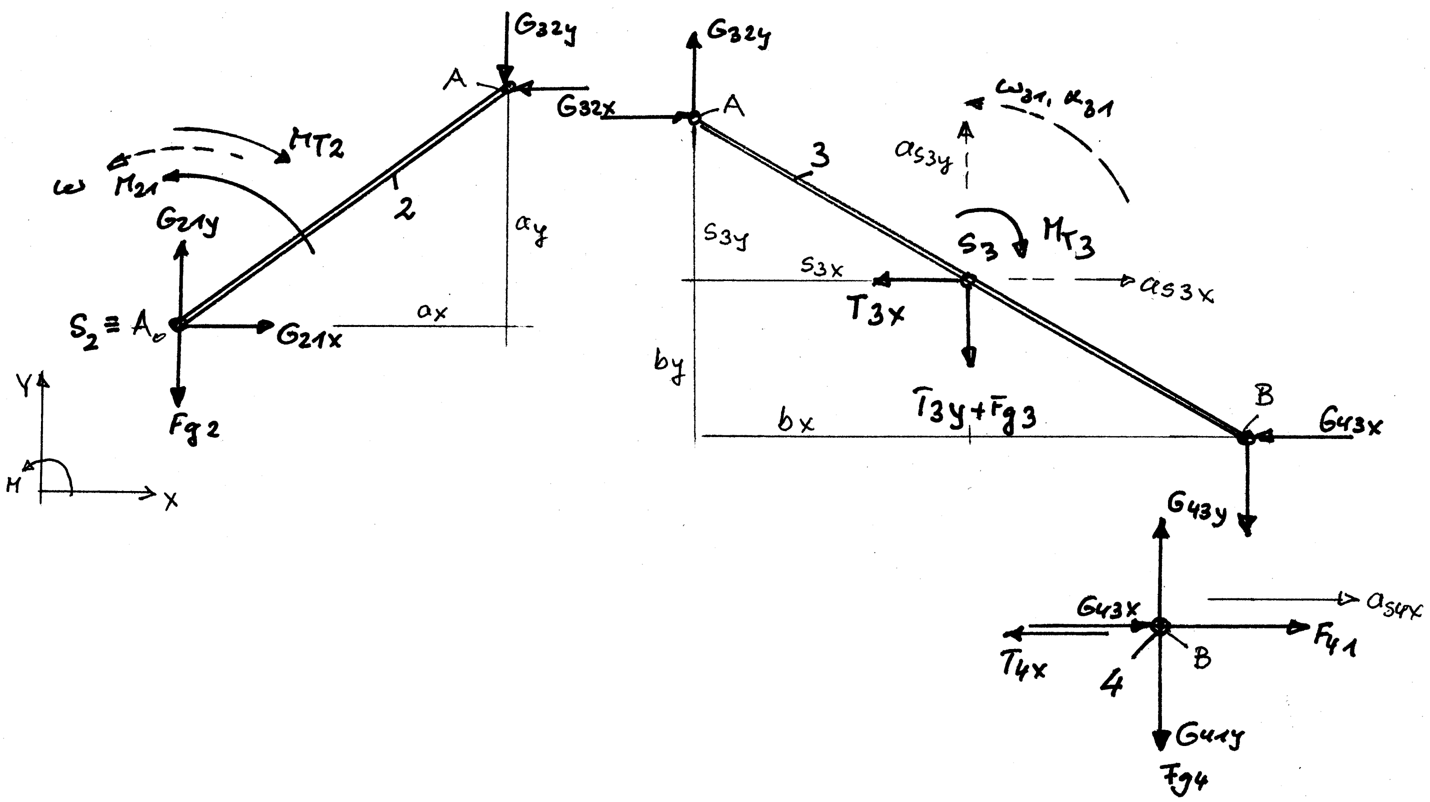
Die Reibung im Schubgelenk 41 wird mit μ = 0.15 angenommen.

Die Erdbeschleunigung wirkt in –Y mit g = 10 m/s^2.

Die Massendaten sind: Masse der Kurbel m_2 = 3 kg, Trägheitsradius i_2 = 10 cm, Schwerpunkt S_2 liegt in A_0, Masse der Koppel m_3 = 6 kg, homogener Stab, Masse des Kolbens m_4 = 1 kg, Schwrpunkt S_4 in B.

Ges.:

a) Alle Gelenkkräfte und Antriebsmoment M_{21} als Funktion von φ unter Beachtung der Massenkräfte, Gewichtskräfte und der äußeren Last. Reibung wird vernachlässigt.



1. Laufgrad: F 1 ==> 1 Antriebsmoment

2. Freischneiden und Kräfte/Momente antragen, s.o.

3. Unbekannte auflisten: $\mathbf{u}^T = (G_{21x}, G_{21y}, G_{32x}, G_{32y}, G_{43x}, G_{43y}, G_{41y}, M_{21})^T$

==> System mit 8 Unbekannte benötigt 8 Gleichungen: 3 GGB für Glied 2, 3 GGB für Gleid 3, 2 GGB für 4.

4. Bekannte Kräfte sind:

Glied 2: Da S_2 in A_0 —> $\mathbf{a}_2 = 0$, —> $\mathbf{T}_2 = 0$. Da ω = konst bzw. $\alpha = 0$ —> $M_{T2} = 0$.

$F_{g2} = m_2\, g$ = 3 kg 10 m/s^2 = 30 N

Glied 3: S_3 bei l/2, J_3 = für Stab = $m_3\, l^2 / 12$ = 0.18 kgm^2,

$T_{3x} = m_3\, a_{s3x}$, $T_{3y} = m_3\, a_{s3y}$, a_{s3x} und a_{s3y} auswerten für φ = 30°, γ = 24.6°:

$\dot{\gamma}$ = 1.905 rad/s, $\ddot{\gamma}$ = -2.736 rad/s^2, $\alpha_{31} = -\ddot{\gamma}$, —> a_{s3x} = -4.805 m/s^2, a_{s3y} = -1.2 m/s^2.

—> T_{3x} = -28.5 N, T_{3y} = –7.2 N, M_{T3} = 0.49 Nm. F_{g3} = 60 N

Glied 4: S_4 in B:

$T_{4x} = m_4\, a_{s4x}$, $T_{4y} = 0$ da $a_{s4y} = 0$: für $\varphi = 30°$, $\gamma = 24.6°$:, etc. —> a_{s4x} = –5.45 m/s^2.

—> T_{4x} = –5.45 N. F_{g4} = 10 N

5. GGB in Matrizenform

$$\begin{array}{ll} 1 & \sum F_{x-Glied4} \\ 2 & \sum F_{y-Glied4} \\ 3 & \sum F_{x-Glied3} \\ 4 & \sum F_{y-Glied3} \\ 5 & \sum M_{(A)-Glied3} \\ 6 & \sum F_{x-Glied2} \\ 7 & \sum F_{y-Glied2} \\ 8 & \sum M_{(A_0)-Glied2} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_y & -b_x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_y & -a_x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{21x} \\ G_{21y} \\ G_{32x} \\ G_{32y} \\ G_{43x} \\ G_{43y} \\ G_{41y} \\ M_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{4x} - F_{41} \\ F_{g4} \\ T_{3x} \\ T_{3y} + F_{g3} \\ M_{T3} + s_{3y} T_{3x} + s_{3x}\left(T_{3y} + F_{g3}\right) \\ 0 \\ F_{g2} \\ M_{T2} \end{pmatrix}$$

6. Lösung:

aus Zeile 1: $G_{43x} = T_{4x} - F_{41}$;

aus Zeile 3: $G_{32x} = T_{3x} + T_{4x} - F_{41}$;

aus Zeile 5: $G_{43y} = -1 / b_y\, [\, M_{T3} + s_{3y} T_{3x} + s_{3x}\left(T_{3y} + F_{g3}\right) + (T_{4x} - F_{41})\, b_y\,]$;

aus Zeile 4: $G_{32y} = T_{3y} + F_{g3} - 1 / b_x\, [\ "\ ]$;

aus Zeile 2: $G_{41y} = F_{g4} - 1 / b_x\, [\ "\ ]$;

aus Zeile 7: $G_{21y} = F_{g2} + T_{3y} + F_{g3} - 1 / b_x\, [\ "\ ]$;

aus Zeile 6: $G_{21x} = T_{3x} + T_{4x} - F_{41}$;

aus Zeile 8: $M_{21} = M_{T2} - a_y\, (\, T_{3x} + T_{4x} - F_{41}\,) + a_x\, (\, T_{3y} + F_{g3} - \ / b_x\, [\ "\ ]\,)$; ;

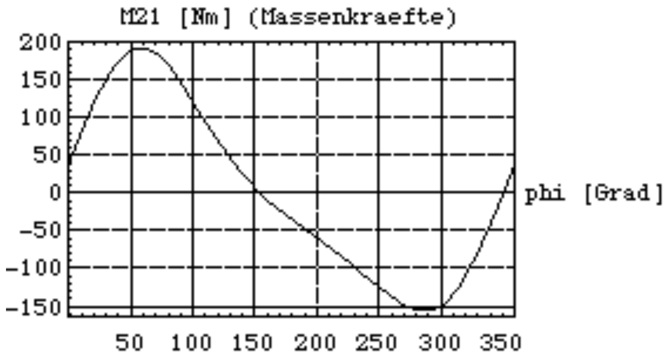
Für das Schubkurbelgetriebe mit $\varphi = 30°$, r = 0.3 m, l = 0.6 m, e = 0.1 m, F_{41} = 500 N erhält man:

b) Mit Gewicht und Massenträgheitskräfte (Auswertung mit Mathematica)

Abstände	ax =	0, 260 m	ay =	0,15 m
	s3x =	0,272718 m	s3y =	0,125 m
	bx =	0,545436 m	by =	0,25 m
Massenkräfte	Fg2 =	30, 0 N		
und Gewicht	MT2 =	0,0 Nm		
	J3 =	0,18 kgm^2	α31 =	2,73623 rad/s^2
	aS3x =	-4,80493 m/s^2	aS3y =	-1,2 m/s^2
	MT3 =	0,492521 Nm		
	T3x =	-28,82296 N	T3y =	-7,2 N
	Fg3 =	60,0 N		
	aS4x =	-5,45293 m/s^2		
	T4x =	-5,45292 N	Fg4 =	10,0 N

Antriebsmoment M21 = 148,674 Nm

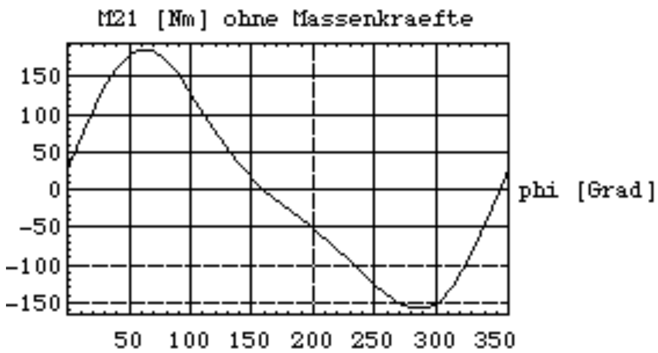
Gelenkkräfte	G21x = -534,282 N	G21y = 293,778 N	G21 = 609,7 N
	G32x = -534,282 N	G32y = 263,778 N	G32 = 595,8 N
	G43x = -505,453 N	G43y = 210,978 N	G43 = 547,7 N
	G41y = 200,978 N		



c) ohne Gewicht und ohne Massenträgheitskräfte

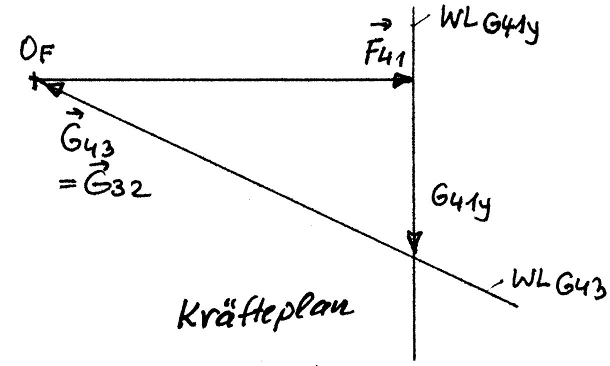
Antriebsmoment M21 = 134,541 Nm

Gelenkkräfte	G21x = -500,0 N	G21y = 229,175 N	G21 = 550 N
	G32x = -500,0 N	G32y = 229,175 N	G32 = 550 N
	G43x = -500,0 N	G43y = 229,175 N	G43 = 550 N
	G41y = 229,175 N		



Antriebsleistung P_{an} = M21 ω = $P_{an}(\varphi)$, Mittelwert von $P_{an}(\varphi)$ = 0 Nm

Graphisch: M_F = 1 cm / 100 N, Kräfteplan: $\vec{F}_{41} + \vec{G}_{43} + \vec{G}_{41y} = 0$



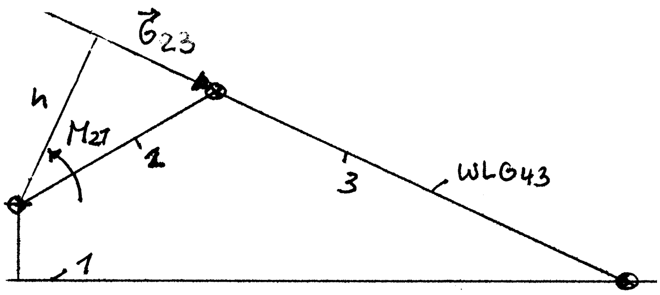
F_{41} = 500 N $\hat{F}_{41}$ = 5 cm

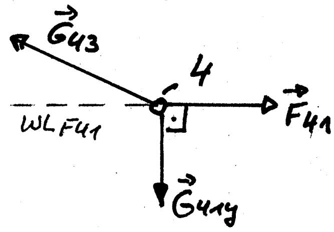
$\hat{G}_{43}$ = 5,5 cm G_{43} = 550 N

$\hat{G}_{41y}$ = 2,3 cm G_{41y} = 230 N

Hebelarm h = 0,24 m

Moment M_{21} = h G_{43} = 0,24 * 550 = 132 Nm

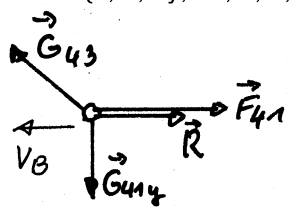


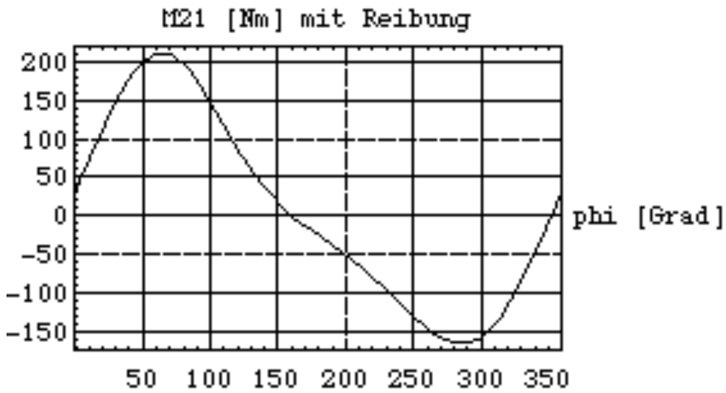


d) ohne Gewicht und ohne Massenträgheitskräfte aber mit Reibung im Gleitstein,

$R_{41} = \mu\, G_{41y}$ in x-Richtung antragen, mit μ = 0.15 und $\rho = \arctan \mu$ = 8.53 °:

S = {{0, 0, 0, 0, 1, 0, +μ, 0},
{0, 0, 0, 0, 0, 1,-1, 0},
{0, 0, 1, 0, -1, 0, 0, 0},
{0, 0, 0, 1, 0, -1,0, 0},
{0, 0, 0, 0,-by,-bx, 0, 0},
{1, 0,-1, 0, 0, 0, 0, 0},
{0, 1, 0, -1, 0, 0, 0, 0},
{0, 0, ay,-ax, 0, 0, 0, 1}};





Antriebsmoment	**M21 =**	**144,474 Nm**		
Gelenkkräfte	G21x = -536,914 N		G21y = 246,094 N	G21 = 590,6 N
	G32x = -536,914,0 N		G32y = 246,094 N	G32 = 590,6 N
	G43x = -536,914,0 N		G43y = 246,094 N	G43 = 590,6 N
	G41y = 246,094 N		R41 = 36,914 N	G41 = 248,8 N

Antriebsleistung P_{an} = M21 $\omega = P_{an}(\varphi)$, Mittelwert von P_{an} = 15,7 Nm/s = Reib- oder Verlustleitung

Graphisch: M_F = 1 cm / 100 N,

Kräfteplan: $\vec{F}_{41} + \vec{G}_{43} + \vec{G}_{41y} + \vec{R}_{41} = 0$

—> $\vec{F}_{41} + \vec{G}_{43} + \vec{G}_{41y+R} = 0$

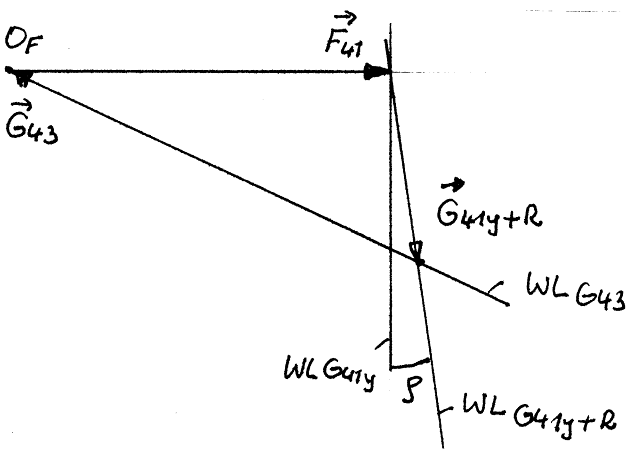
F_{41} = 500 N $\hat{F}_{41}$ = 5 cm

$\hat{G}_{43}$ = 5,9 cm G_{43} = 600 N

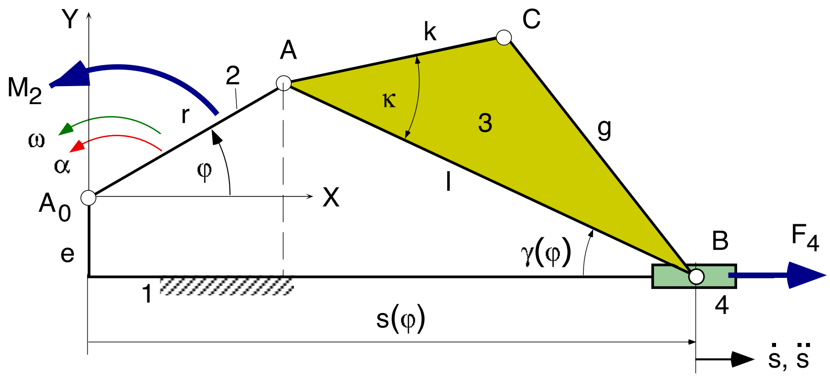
$\hat{G}_{41y}$ = 2,5 cm G_{41y} = 250 N

Hebelarm h = 0,24 m

Moment M_{21} = h G_{43} = 0,24 * 600 = 144 Nm



e) Alternativ zu c) bestimme das Antriebsmoment nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen.



Leistungsbilanz

$\delta P = M_{21}\,\delta\omega + F_{41}\,\delta\dot{s} \;=\; 0$ (1)

Kinematik: Das System hat 1 FHG -> eine unabhängige Koordinate ist erforderlich: Wähle ω -> $\dot{s} = g(\varphi)\,\omega$.

Aus Aufgabe 2.17:

$$\text{Weg } s(\varphi) \;=\; r\cos\varphi + l\sqrt{1-\left(\frac{e+r\sin\varphi}{l}\right)^2} = r\cos\varphi + \sqrt{l^2-(e+r\sin\varphi)^2} \qquad (2)$$

$$\text{Geschwindigkeit: } \dot{s} = s'(\varphi)\,\omega,\ \text{ wo } s'(\varphi) = \frac{\partial s}{\partial\varphi} = -r\sin\varphi - \frac{r\cos\varphi\,(e+r\sin\varphi)}{\sqrt{l^2-(e+r\sin\varphi)^2}} \qquad (3)$$

$$\text{Übertragungsfunktion 1. Ordnung } g(\varphi) = s'(\varphi) = \frac{\partial s}{\partial\varphi} = -r\sin\varphi - \frac{r\cos\varphi\,(e+r\sin\varphi)}{\sqrt{l^2-(e+r\sin\varphi)^2}} \qquad (4)$$

vituelle Geschwindigkeit $\delta\dot{s} = g(\varphi)\,\delta\omega$. (5)

(5) in (1) $\delta P = M_{21}\,\delta\omega + F_{41}\,g(\varphi)\,\delta\omega \;=\; 0$

-> $(M_{21} + g(\varphi)\,F_{41}) = 0$! (6)

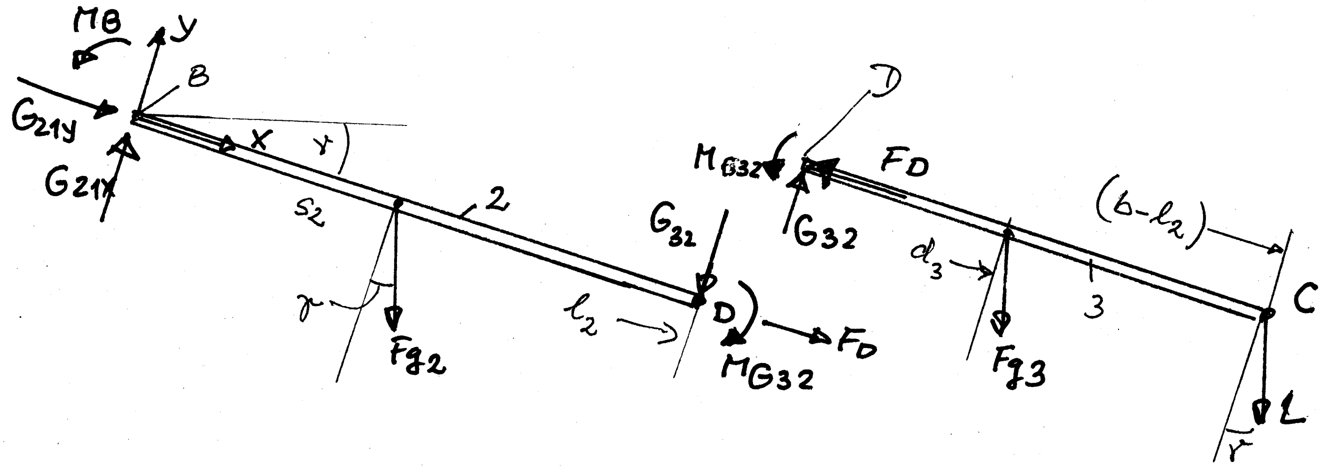
=> $M_{21} = g(\varphi)\,F_{41}$ (7)

Für $\varphi = 30°$ und $F_{41} = 500$ N -> $g = -26.9083$ cm/rad; $M_{21} = 134.54$ Nm.

Aufgabe 6.2 Roboter mit ausfahrbarem Arm (Glied 3) unter Last L

a) Bestimme alle Gelenkkräfte sowie das Antriebsmoment M_B in Gelenk B und die Antriebskraft F_D in der Spindel des Ausfahrmechanismus (Gelenk D), wenn am Greifer eine Last L = 400 N vorliegt und der Greifer sich in seiner maximalen Stellung befindet, d. h. $Y_C = 0$ und Arm voll ausgefahren (b = 90 cm). Der Roboter sei dabei in Ruhe (keine Massenträgheitskräfte einbeziehen)
Weitere Daten: h = 30 cm, Masse Oberarm m_2 = 40 kg, Schwerpunkt bei s_2 = 20 cm, l_2 = 70 cm,
Masse Unterarm m_3 = 15 kg, Länge l_3 = 40 cm, Schwerpunktsabstand s_3 = 20 cm.

1. Laufgrad F = 2, d.h. ein Antriebsmoment M_B in B und eine Spindelkraft F_D in D.
2. Position der Körper: bei b = 90 cm --> $\gamma = |\varphi| = \arcsin h/b = 19.47\,°$.
3. Freischneiden der Körper



4. Liste der Unbekannten: **u** = $(G_{21x}, G_{21y}, M_B, G_{32}, F_D, M_{G32})^T$ --> 3 GGB für Glied 2 und Glied 3!
5. Bekannte Kräfte sind: L = 400 N, $F_{g2} = m_2\, g$ = 400 N, $F_{g3} = m_3\, g$ = 150 N, bei d_3 = 0 cm.
6. Gleichgewichtsbedingungen (im lokalen Koordinatensystem x-y)

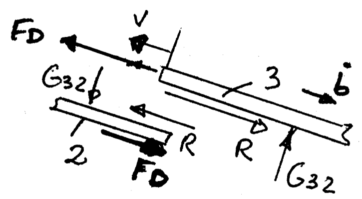
$$\begin{array}{r}\Sigma F_{x2}\\ \Sigma F_{y2}\\ \Sigma M_{B2}\\ \Sigma F_{x3}\\ \Sigma F_{y3}\\ \Sigma M_{D3}\end{array}\left|\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&-1&0&0\\0&0&1&-l_2&0&-1\\0&0&0&0&-1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}G_{21x}\\G_{21y}\\M_B\\G_{32}\\F_D\\M_{G32}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-F_{g2}\sin\gamma\\F_{g2}\cos\gamma\\s_2 F_{g2}\cos\gamma\\-(F_{g3}+L)\sin\gamma\\(F_{g3}+L)\cos\gamma\\\left(d_3 F_{g3}+(b-l_2)L\right)\cos\gamma\end{pmatrix}\right.$$

7. Lösung aus 6.: **S u = b!**

M_{G32} = 7542 Ncm, G_{32} = 518 N, F_D = 183 N, M_B = 51383 Ncm,

G_{21x} = -317 N, G_{21y} = 896 N -> G_{21} = 950 N.

b) Gebe M_B und F_D an, wenn der Arm eingezogen werden soll und dabei im Gelenk D eine Haftreibkoeffizient von μ = 0.2 vorliegt.



1. Reibkraft R = $G_{32}\,\mu$, wirkt an 3 in Richtung x, an 2 in -x.
2. Zusatz in (4): ΣF_{x3}: $-F_D + \mu\, G_{32} = -(F_{g3}+L)\sin\gamma$, wo G_{32} mit (5) man findet.

--> $\underline{\underline{F_D = 287\text{ N}}}$. Alle weiteren Zahlen bleiben unverändert.

c) Gebe M_B und F_D an, wenn die Last L= 0 ist.

aus (5): $G_{32} = F_{g3}\cos\gamma$, mit (4) für R: $F_D + \mu\, G_{32} = -(F_{g3}+L)\sin\gamma$ --> G_{32} =

$F_{g3}\,(\sin\varphi + \mu\cos\varphi) = \underline{78\text{ N}}$

M_{G32} aus (6): $M_{G32} = d_3\, F_{g3}\cos\gamma$, M_B aus (3): $M_B = s_2 F_{g2}\cos\gamma + M_{G32} + l_2\, G_{32} = \underline{\underline{17442\text{ Ncm}}}$

d) Hat die Lage des Gelenkpunktes D im Oberarm einen Einfluß auf die Ergebnisse von M_B und F_D?

Nein, da der Einfluß eliminiert wird. Nur der gesamte Abstand ist von Bedeutung!

e) Ergänzung zu b): Bestimme die Antriebsleistung des Roboters, wenn ω = 3 rad/s und $\dot{b}$ = –10 cm/s .

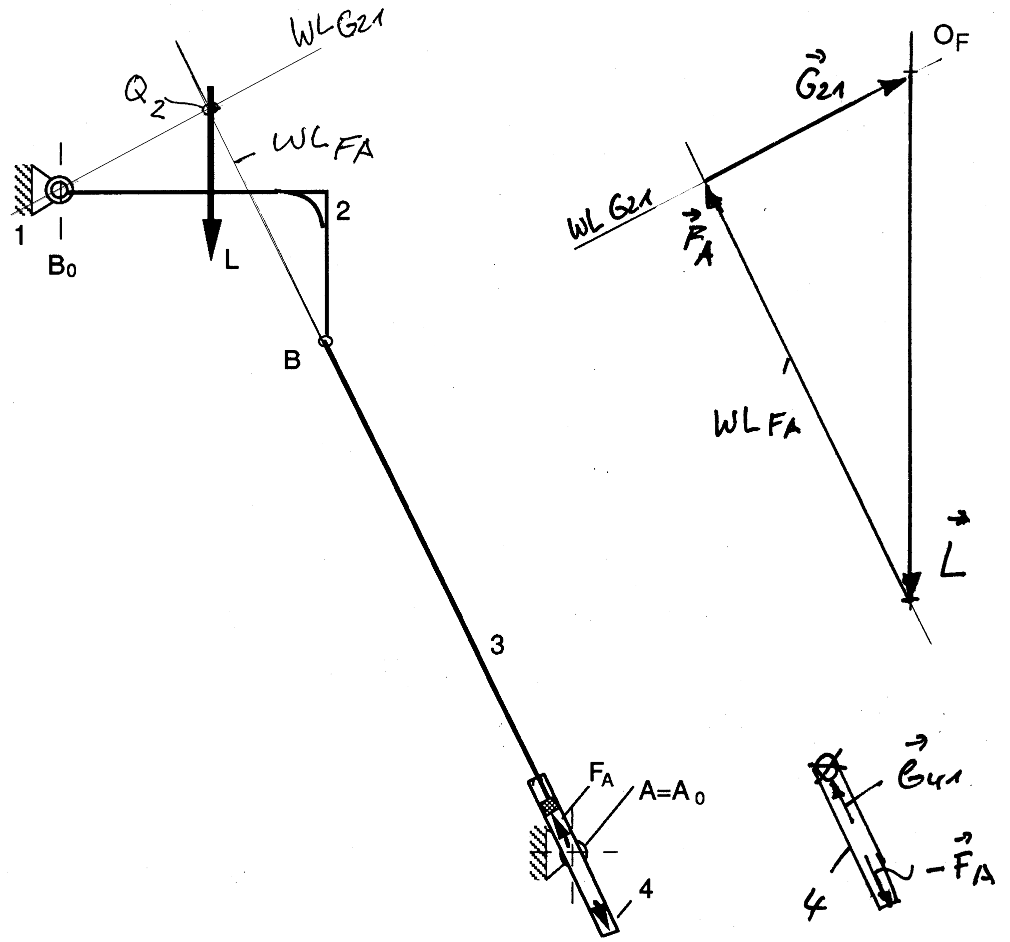
$P_{an} = \vec{M}_B \cdot \vec{\omega} + \vec{F}_{D-an2}\cdot \vec{v}_{D2} + \vec{F}_{D-an3}\cdot\vec{v}_{D3} = M_B\,\omega + 0 - F_D\,\dot{b}$

= 51383 Ncm 3 rad/s – 287 N (-10 cm/s) = 157020 Ncm/s = $\underline{\underline{1.57\text{ KW}}}$

Aufgabe 6.11 Ein Klapptisch (Glied 2) wird durch einen Hydraulikzylinder (Glied 4) mit Kolbenstange (Glied 3) in verschiedene Positionen gebracht.

Gesucht:

1. Für den maßstäblich dargestellten Klapptisch ermittle graphisch nach dem Gleichgewichtsverfahren die erforderliche Kolbenkraft F_A sowie alle Gelenkkräfte, wenn eine Last von L = 700 N vorliegt.
   Maßstäbe: M_S = 10 cm / 1 m, M_F = 1 cm / 100 N.



Bilanz an Glied 2:

$\vec{L} + \vec{F}_A + \vec{G}_{21} = \vec{0}$ mit den Wirkungslinien WL_L & WL_{FA} & WL_{G21} Schnitt in Q_2.

Zeichne $\hat{L} = M_F\, L$ = 7 cm,

Aus Kräfteplan: $\hat{G}_{21}$ = 3.1 cm -> G_{21} = 310 N

$\hat{F}_A$ = 6.2 cm -> F_A = 620 N

Bilanz an Glied 4:

$\vec{G}_{41} - \vec{F}_A = \vec{0}$ -> G_{41} = 620 N

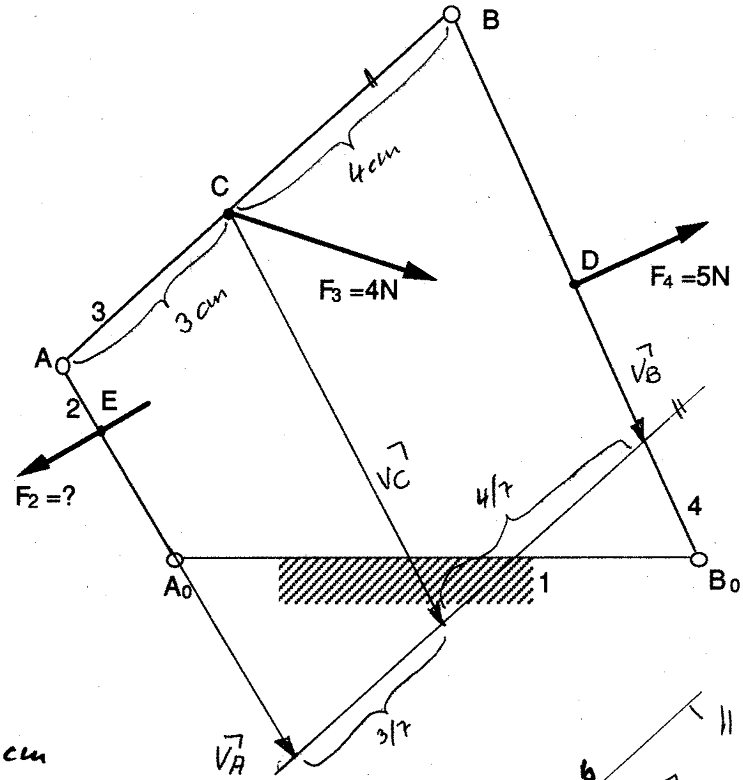
Aufgabe 6.12 Das Viergelenkgetriebe mit den gezeigte Abmessungen wird durch Lasten F_3 und F_4 belastet. Finde graphisch die Gleichgewichtskraft F_2 nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen.

Verwende $\hat{v}_A = 6$ cm, Maßstäbe M_S = 1 cm / 1 cm, M_F = 1 cm / 1 N

1. Virtuelle Leistung: $\delta P = \vec{F}_2 \cdot \delta\vec{v}_E + \vec{F}_3 \cdot \delta\vec{v}_C + \vec{F}_4 \cdot \delta\vec{v}_D = 0$

2. Graphische Lösung -> Bilanz um O_P : $-F_2 h_2 + F_3 h_3 + F_4 h_4 = 0$

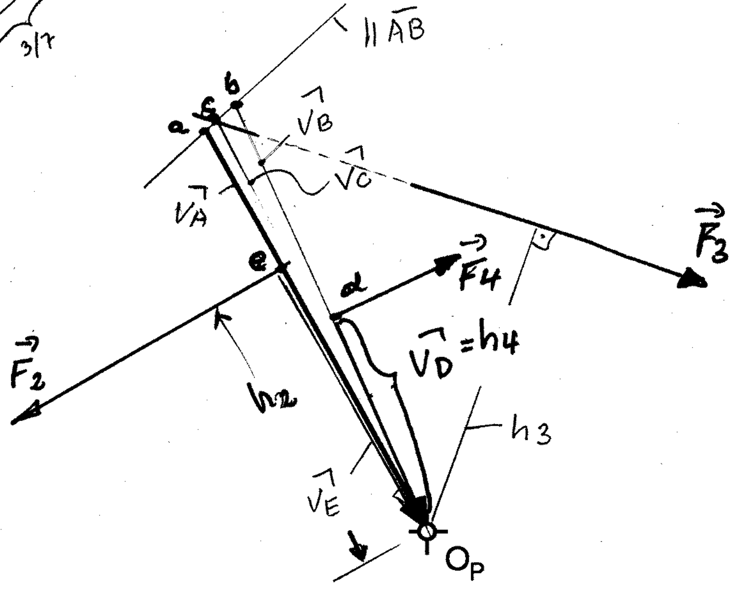
   -> $F_2 = (4\text{ N} \cdot 4.3\text{ cm} + 5\text{ N} \cdot 3.1\text{ cm}) / 4\text{ cm} = \underline{\underline{8.2\text{ N}}}$



$\hat{v}_E = \frac{2}{3}\hat{v}_A = 4\text{cm}$

$\hat{v}_D = \frac{1}{2}\hat{v}_B = 3.1\text{cm}$

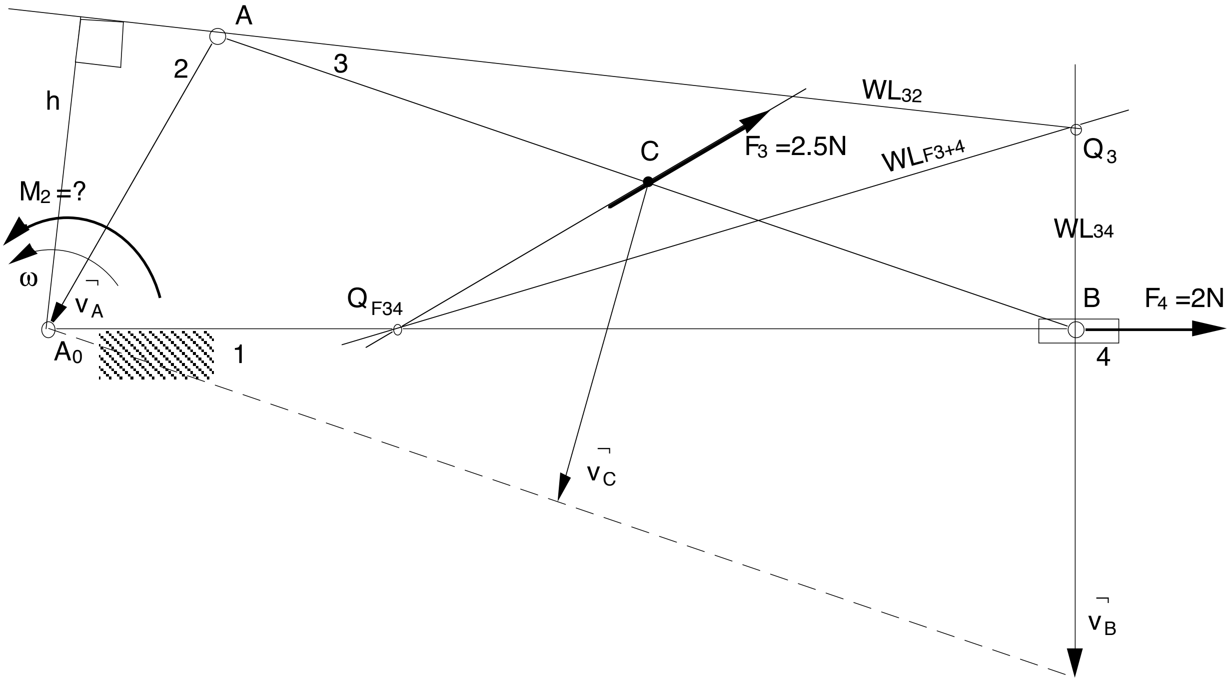
$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_2 \text{ in } e \\ \vec{F}_3 \text{ in } c \\ \vec{F}_4 \text{ in } d\end{array}\right\}$ angreifen lassen.



Aufgabe 6.13 Die Schubkurbelgetriebe mit den gezeigten Abmessungen wird durch die Lasten F_3 und F_4 belastet.

Geg.: $A_0A = r = 6$ cm, AB = 16 cm, Maßstäbe $M_s = 1$ cm / 1.333 cm, $M_F = 2$ cm / 1 N

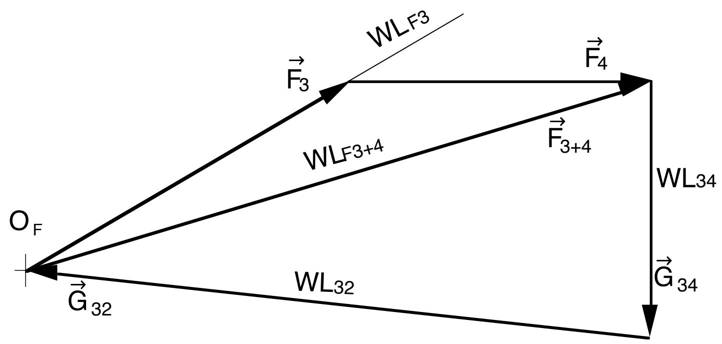
a) Alle Gelenkkräfte und das Moment M_2 am Glied 2 nach dem Gleichgewichtsverfahren

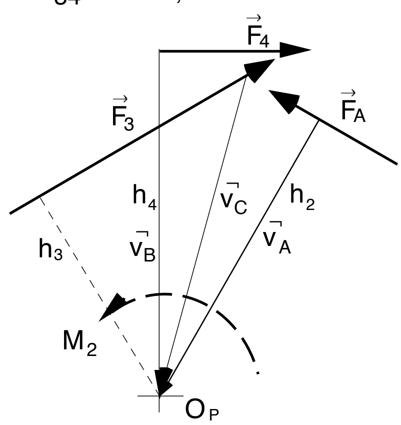


1. Laufgrad F = 1: -> mit Moment M_2 ist Getriebe statisch bestimmt gelagert.
2. Schnitt in A: Kurbel (Glied 2) und Rest bilden je eine Gruppe.
3. Da Glied 4 als Punkt angesehen werden kann, greift
   1. $\vec{F}_4$ bereits in B an Glied 3 an, 2. Gelenkkraft $\vec{G}_{34} = \vec{G}_{41}$, $\vec{G}_{41} \perp$ Schubrichtung.
4. Resultierende äußere Kräfte an 3: $\vec{F}_{3+4} = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

   Bilanz an Glied 3: $\vec{F}_{3+4} + \vec{G}_{34} + \vec{G}_{32} = 0$ WL_{F34} & WL_{34} -> Q_3 -> WL_{32}

   Kräfteplan: -> $\hat{G}_{32} = 8.3$ cm -> $G_{32} = 4.15$ N, $\hat{G}_{34} = 3.4$ cm -> $G_{34} = 1.7$ N,





5. Moment $M_2 = h\, G_{32}$

   Hebelarm $\hat{h} = 4.15$ cm -> $h = 4{,}15 * 1{,}333 = 5.5$ cm -> $M_2 = 5{,}5$ cm $* 4{,}15$ N = $\underline{\underline{22.8 \text{ Ncm}}}$

b) Gleichgewichtsmoment M_2 nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen. Verwende $\hat{v}_A = 4.5$ cm.

6. Virtuelle Leistung: $\delta P = \vec{M}_2 \cdot \delta\vec{\omega}_{21} + \vec{F}_3 \cdot \delta\vec{v}_C + \vec{F}_4 \cdot \delta\vec{v}_B = \vec{F}_A \cdot \delta\vec{v}_A + \vec{F}_3 \cdot \delta\vec{v}_C + \vec{F}_4 \cdot \delta\vec{v}_B = 0$ wo $F_A = M_2 / r$.
7. Graphische Lösung: Verwendung der gedrehten Geschw. und Hebelarme im O_P - Plan:

   -> Bilanz um O_P: $\delta P \equiv F_A\, h_2 - F_3\, h_3 + F_4\, h_4 = 0$: Für $\delta\hat{v}_A = \hat{r} = 4.5$ cm $= h_2$, Maßstab M_v eliminiert sich

   -> $F_A = (F_3\, h_3 + F_4\, h_4) / h_2 = (2{,}5 \text{ N} \cdot 3{,}05 \text{ cm} + 2 \text{ N} \cdot 4{,}6 \text{ cm}) / 4.5 = 3.74$ N,

   -> $M_2 = F_A\, r = 3.74 \text{ N} \cdot 6 \text{ cm} = \underline{\underline{22.4 \text{ Ncm}}}$

Aufgabe 6.14: Graphische Lösung der Statik eines Kurvengetriebes

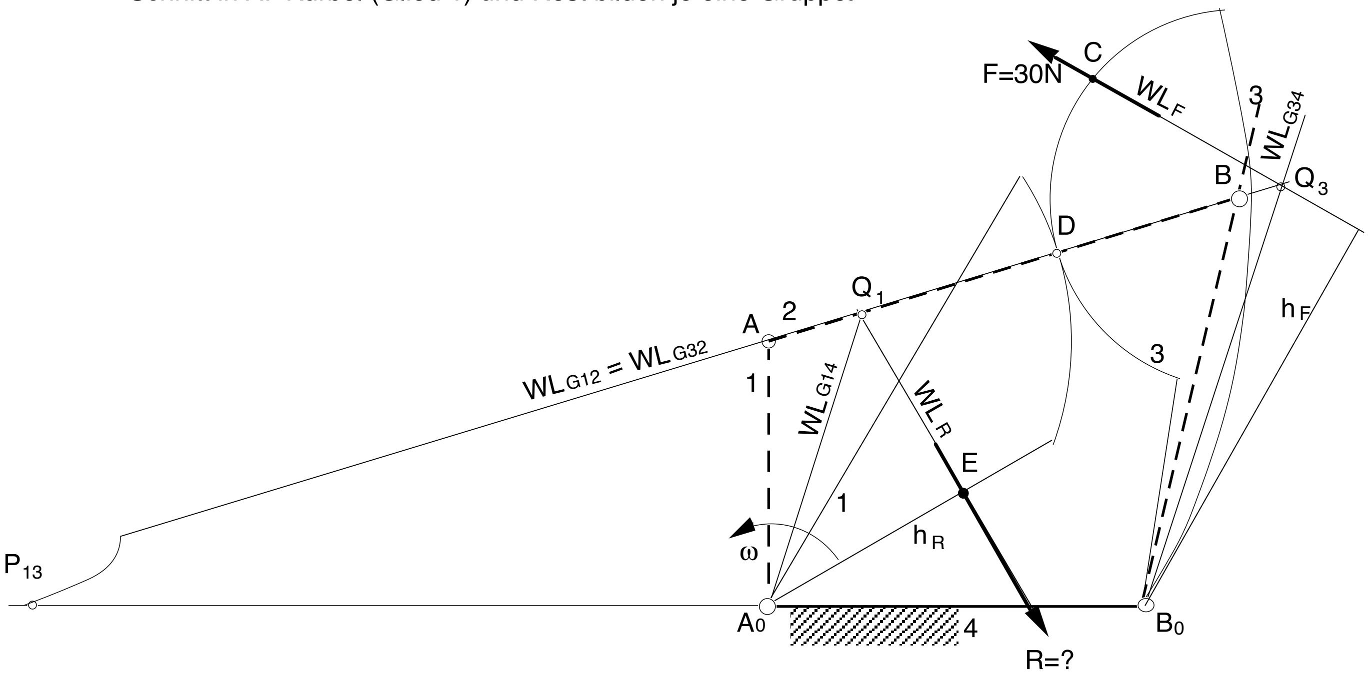
Geg.: Kurvengetriebe mit den gegebenen Abmessungen und der Last F an Glied 3.

$A_0A = a = 8{,}75$ cm, $AB = c = 16{,}25$ cm, $A_0B_0 = b = 12{,}5$ cm, $B_0B = 13.75$ cm, $AD = 10$ cm, $A_0E = 7{,}5$ cm, $B_0C = 17{,}5$ cm, Maßstäbe $M_S = 1$ cm / 2.5 cm, $M_F = 1$ mm / 1 N

a) Alle Gelenkkräfte und die Gleichgewichtskraft R am Glied 1 nach dem Gleichgewichtsverfahren

1. Laufgrad F = 1: -> mit Kraft R ist Getriebe statisch bestimmt gelagert.
2. Ersatzmodell ist das Viergelenkgetriebe A_0ABB_0:

   Schnitt in A: Kurbel (Glied 1) und Rest bilden je eine Gruppe.



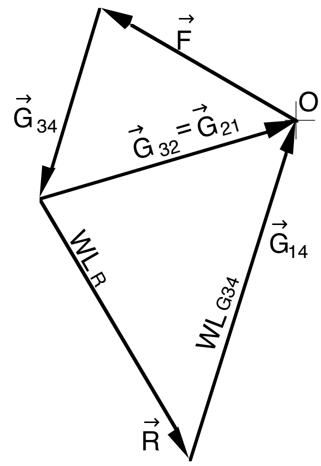
3. Last F an Glied 3 aufbringen: > Glied 2 -> Stab: Stabkraft $\vec{G}_{32}$

   Bilanz an Glied 3: $\vec{F} + \vec{G}_{32} + \vec{G}_{34} = 0$

   WL_F & WL_{G32} -> Q_3 -> WL_{G34}

   Kräfteplan: -> $\hat{G}_{32} = 36$ mm -> $G_{32} = G_{21} = 36$ N,

   $\hat{G}_{34} = 27$ mm -> $G_{34} = 27$ N,



4. Bilanz an Glied 4: $\vec{G}_{12} + \vec{G}_{14} + \vec{R} = 0$

   mit $\vec{G}_{12} = -\vec{G}_{21} = \vec{G}_{32}$

   WL_{G12} & WL_R -> Q_1 -> WL_{G14}

   Kräfteplan: -> $\hat{G}_{14} = 47$ mm -> $G_{14} = 47$ N,

   $\hat{R} = 40$ mm -> $\underline{\underline{R = 40\text{ N},}}$

5. Alternativ: R aus Leistungsbilanz:

$$P_{an} - P_{ab} = 0$$

$$P_1 = P_3$$

$$R\, h_R\, \omega_{14} = F\, h_F\, \omega_{34} \quad ->$$

$$R = F\frac{h_F}{h_R}\left(\frac{\omega_{34}}{\omega_{14}}\right) = F\frac{h_F}{h_R}\left(\frac{\overline{P_{13}A_0}}{\overline{P_{13}B_0}}\right) = 30\text{N}\frac{5.7\,\text{cm}}{3\,\text{cm}}\;\frac{11.5\,\text{cm}}{(11.5+5)\,\text{cm}} = 39.7\,\text{Ncm}$$

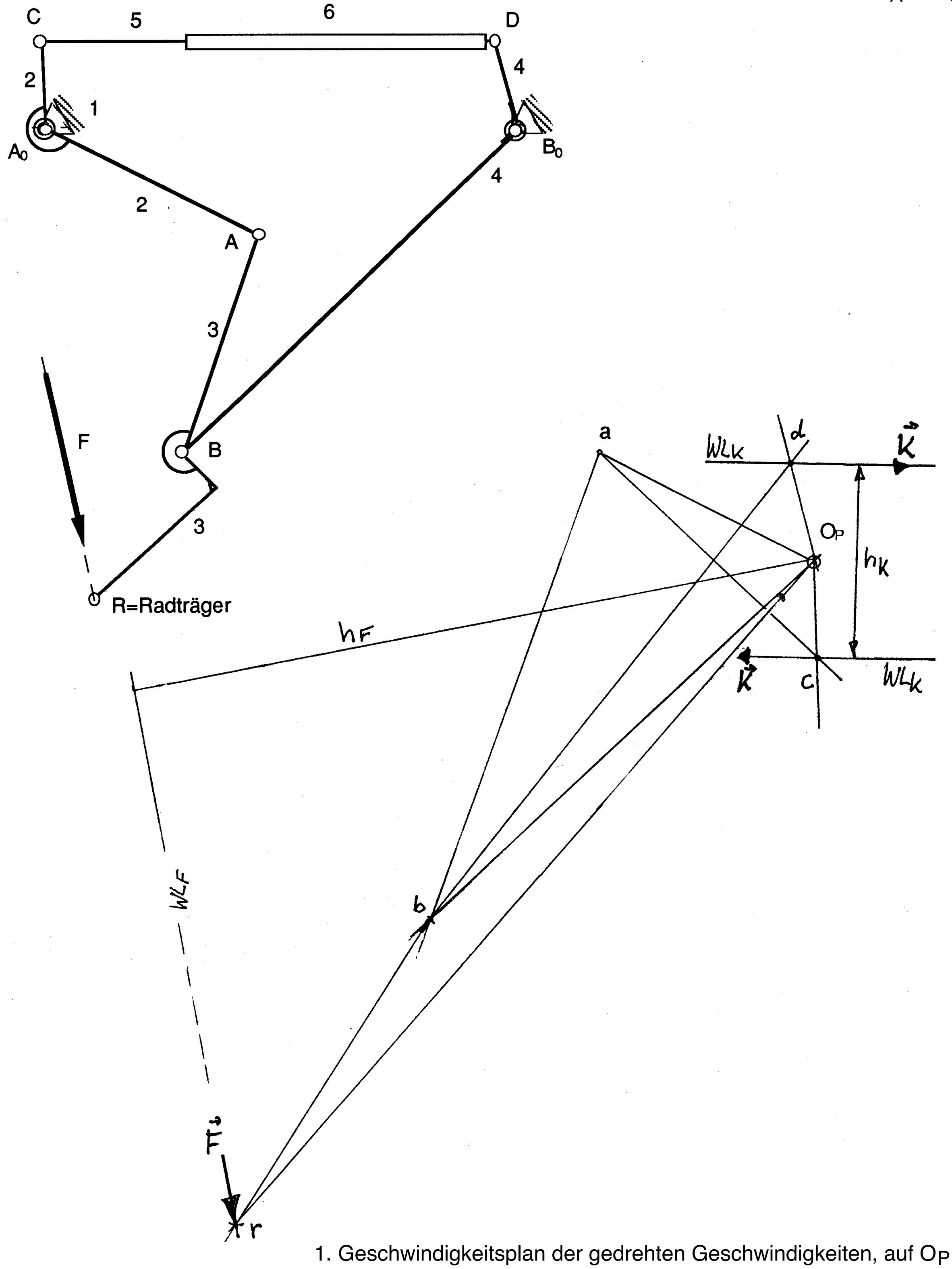
b) Welche Leistung fließt momentan durch das Getriebe, wenn $|\omega| = 2$ rad/s.

6. $P_{an} = R\, h_R\, \omega_{14} = 39.7\text{ N} \cdot 7.5\text{ cm} \cdot 2\text{ rad s}^{-1} = 596\text{ Ncm/s} \approx 6\text{ W}.$

Beachte: In 5. können Zeichenlängen benutzt werden, da nur Quotienten vorkommen, hingegen in 6. ist für h_R die wirkliche Länge einzusetzten.

Aufgabe 6.15: Graphische Lösung der Statik eines Flugzeugfahrwerks

Lös: Die Kraft K im Glied 6 als Funktion von F nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen. $\hat{v}_A = (A_0A)$.



1. Geschwindigkeitsplan der gedrehten Geschwindigkeiten, auf O_P zeigend:

$\vec{v}_A$ = Strecke aO_P aus II zu AA_0 -> siehe Vorgabe

$\vec{v}_B$ = Strecke bO_P aus II zu BB_0 in Punkt O_P und aus II zu AB durch a -> b

$\vec{v}_C$ = Strecke cO_P aus II zu CA_0 in Punkt O_P und aus II zu AC durch a -> c

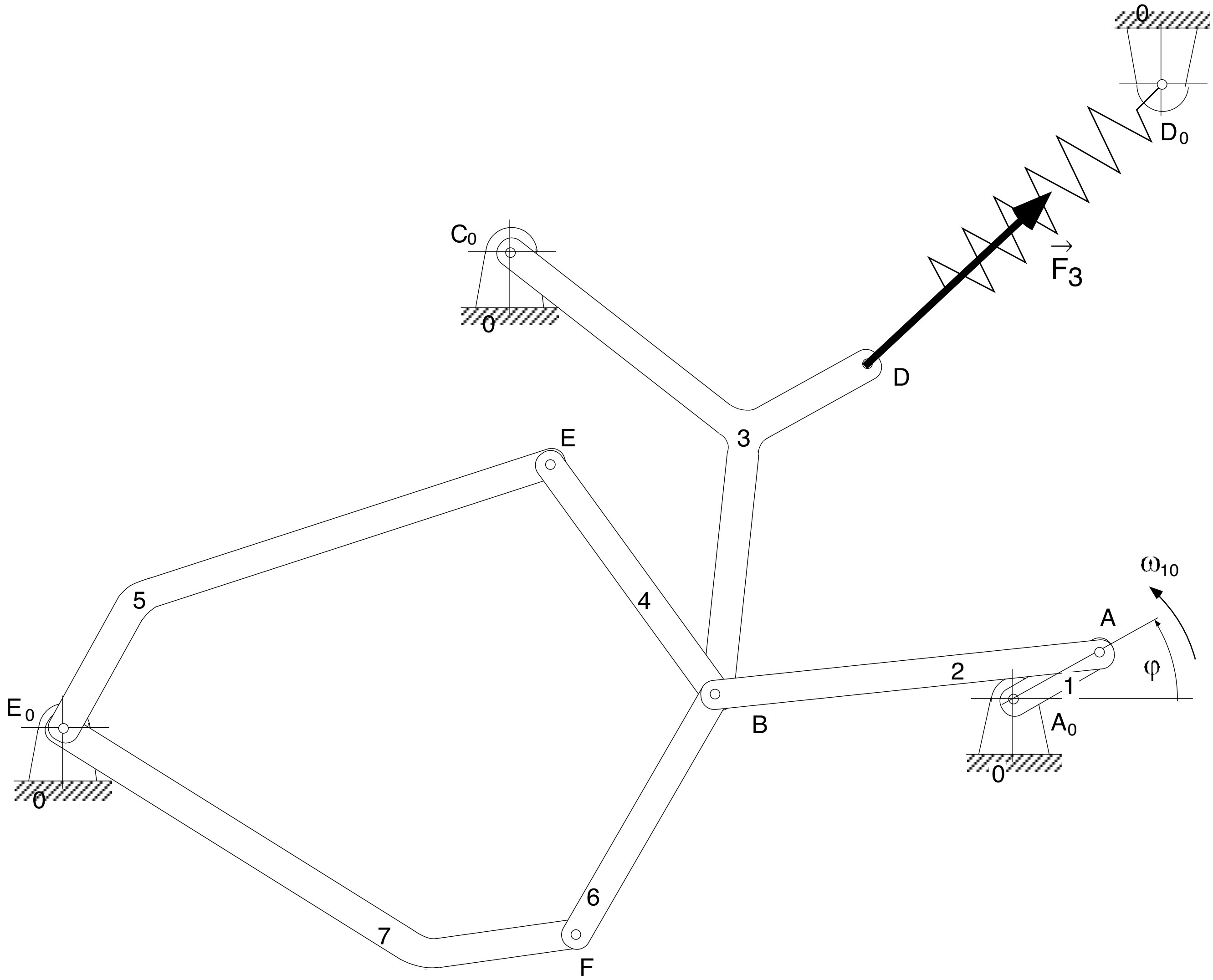
$\vec{v}_D$ = Strecke dO_P aus II zu DB_0 in Punkt O_P und aus II zu BD durch b -> d

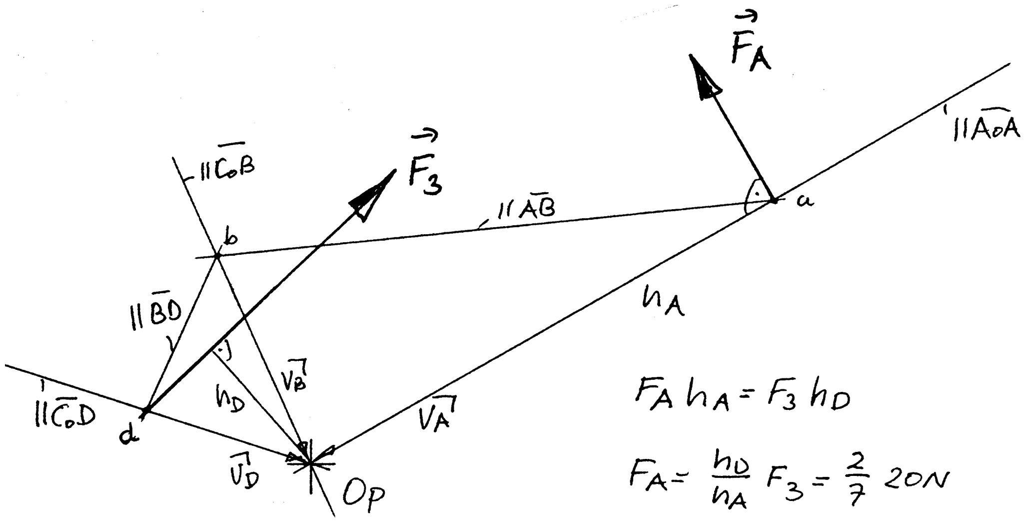
$\vec{v}_R$ = Strecke rO_P aus II zu RP_{13} in Punkt O_P und aus II zu AR durch a -> r

2. Kraft F an r antragen, Lot auf WL_F durch O_P liefert h_F = 11.7 cm
 WL_K an d und c antragen, Abstand h_K = 3.2 cm
 Bilanz: h_F F = h_K K -> Kolbenkraft K = 11.8/3.2 F = 3.7 F.

Aufgabe 6.16 Statik des 7-Körper-Mechanismus aus SCHIEHLEN, 1990, vgl. Aufgabe 3.14

a) Gesucht ist das Antriebsmoment am Glied 1 nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen, wenn die Feder mit F_3 = 20 N Zugkraft in der gezeichneten Getriebestellung vorgespannt ist. $\hat{v}_A$ = 7 cm.





$F_A h_A = F_3 h_D$

$F_A = \frac{h_D}{h_A} F_3 = \frac{2}{7}\, 20N$

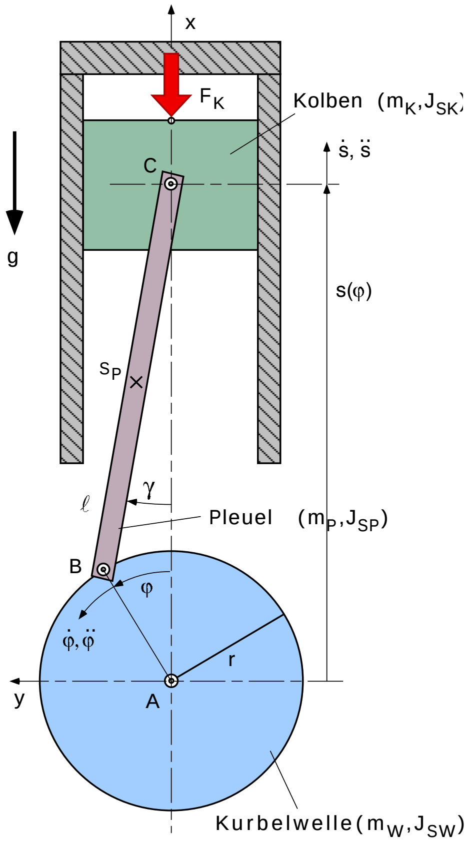
$\underline{\underline{= 5{,}7N}}$

Antriebsmoment $M_{an} = F_A \cdot a = 5{,}7N \cdot 1{,}4cm = \underline{\underline{8Ncm}}$

b) Wie groß ist der aktuelle Wirkungsgrad des Getriebes, wenn eine aktuelle Antriebsleistung P_{an+R} = 1 W bei ω_{10} = 10 rad/s erforderlich ist.

$$\eta = \frac{P_{an-R}}{P_{an+R}} = \frac{M_{an}\,\omega_{10}}{P_{an+R}} = \frac{8\,\text{Ncm}\cdot 10\,\text{rad/s}}{100\,\text{Ncm/s}} = 0.8$$

Aufgabe 6.17 Dynamik eines Kolbenmotors.



Der gezeigte Kolbenmotor im Schwerefeld wird bei jedem Umlauf durch eine Kolbenkraft $F_K = F_0 * \sin(2*\varphi)$ zwischen 0 und $\pi/2$ angetrieben. Der Motor besteht aus Kurbelwelle (Index W) mit Schwerpunkt in A, Pleuel (Index P) mit Schwerpunkt in S_P und Kolben (Index K) mit Schwerpunkt in C. Verwende $\lambda = r/l$.

Die **Daten** sind: Kraft $F_0 = 1$ N,

Kurbelwelle: Masse $m_W = 0.8$ kg, Massenträgheitsmoment J_{SW} = 2.4e-4 kgm^2, r = 0.03 m.

Pleuel: Masse $m_P = 0.1$ kg, J_{SP} aus dünner Stab, l = 0.09 m, b = $BS_P = l/2$

Kolben Masse $m_K = 0.2$ kg, J_{SP} = 5.0e-5 kgm^2.

Anfangsbedingungen für $\varphi(t)$: $\varphi(0) = 0$, $d\varphi(0)/dt = 6$ rad/s.

Gesucht

Stelle die Bewegungsgleichungen des Motors nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen auf und löse die Gleichungen mittels Maple.

Zeichne die Drehbewegung der Kurbelwelle und Linearbewegung des Kolbens als Funktion der Zeit auf.

Lösung mittels Mathematica oder Maple:

Kinematik: System hat 1 FHG; Wähle Koordinate φ und deren Ableitungen $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$.

Kolben: $s(\varphi) = r\cos\varphi + l\sqrt{(1 - \lambda^2 \sin^2\varphi)}$. (1)

$\dot{s} = s'(\varphi)\,\dot{\varphi}$; $s'(\varphi) = \partial s / \partial\varphi$ (2)

$a_K = \ddot{s} = s'(\varphi)\,\ddot{\varphi} + s''(\varphi)\,\dot{\varphi}^2$; $s''(\varphi) = \partial s' / \partial\varphi$ (3)

Pleuel: $\gamma(\varphi) = \arcsin(\lambda \sin\varphi)$ (4)

$\dot{\gamma} = \gamma'(\varphi)\,\dot{\varphi}$; $\gamma'(\varphi) = \partial\gamma / \partial\varphi$ (5)

$\ddot{\gamma} = \gamma'(\varphi)\,\ddot{\varphi} + \gamma''(\varphi)\,\dot{\varphi}^2$; $\gamma''(\varphi) = \partial\gamma' / \partial\varphi$ (6)

Pleuelschwerpunkt unter Verwendung von (4) bis (6):

$r_{Px} = r\cos\varphi + b\cos\gamma$ (7)

$r_{Py} = r\sin\varphi - b\sin\gamma$ (8)

$\dot{r}_{Px} = r'_{Px}(\varphi)\,\dot{\varphi}$; $r'_{Px}(\varphi) = \partial r_{Px} / \partial\varphi$ (9)

$\dot{r}_{Py} = r'_{Py}(\varphi)\,\dot{\varphi}$; $r'_{Py}(\varphi) = \partial r_{Py} / \partial\varphi$ (10)

$a_{Px} = \ddot{r}_{Px} = r'_{Px}(\varphi)\,\ddot{\varphi} + r''_{Px}(\varphi)\,\dot{\varphi}^2$; $r''_{Px}(\varphi) = \partial r'_{Px} / \partial\varphi$ (11)

$a_{Py} = \ddot{r}_{Py} = r'_{Py}(\varphi)\,\ddot{\varphi} + r''_{Py}(\varphi)\,\dot{\varphi}^2$; $r''_{Py}(\varphi) = \partial r'_{Py} / \partial\varphi$ (12)

Kinetik: unter Verwendung der kinematischen Beziehungen.

Die Funktionen aller Kräfte und Momente (Trägheitskräfte, Gewichtskräfte) sind nur von φ, $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ abhängig!

Welle: $M_{TW} = J_{SW}\,\ddot{\varphi}$ (13)

Pleuel: $M_{TP} = J_{SP}\,\ddot{\gamma}$ (14)

$T_{Px} = m_P\,a_{Px}$ (15)

$T_{Py} = m_P\,a_{Py}$ (16)

$F_{gPx} = m_p\,g$ (17)

Kolben: $T_{Kx} = m_K\,a_K$ (18)

$F_{gKx} = m_K\,g$ (19)

Kolbenkraft: if ($(\varphi - \text{floor}(\varphi / (2\pi)) * 2\pi) < \pi/2$) $F_K(\varphi) = F_0 \sin(2\varphi)$ (20)

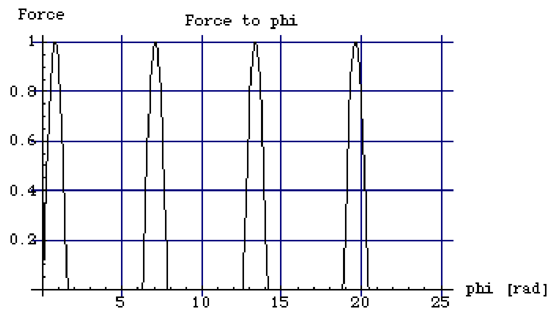
Bilanz der virtuellen Leistungen: negatives Vorzeichen, wenn Kaft/Moment der virt. Geschw. entgegen gerichtet:

$$\delta P = 0 \; = \; -M_{TW}\,\delta\dot\varphi - M_{TP}\,\delta\dot\gamma - T_{Px}\;\delta\dot r_{Px} - T_{Py}\;\delta\dot r_{Py} \; - F_{gPx}\;\delta\dot r_{Px} - \;T_{Kx}\;\delta\dot s - F_{gKx}\;\delta\dot s - F_K\;\delta\dot s \quad (21)$$

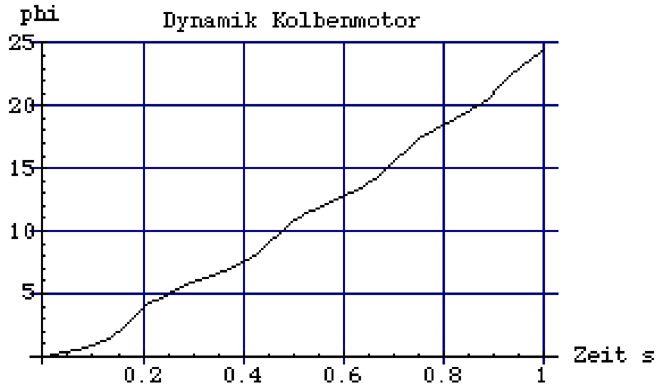
Drücke in (21) alle virtuellen Geschwindigkeiten durch $\delta\dot\varphi$ aus und klammere diese Größe aus:

Das liefert die Bewegunggleichung in φ. Die Lösung der Dgl. ist in den folgende Diagrammen aufgezeigt:

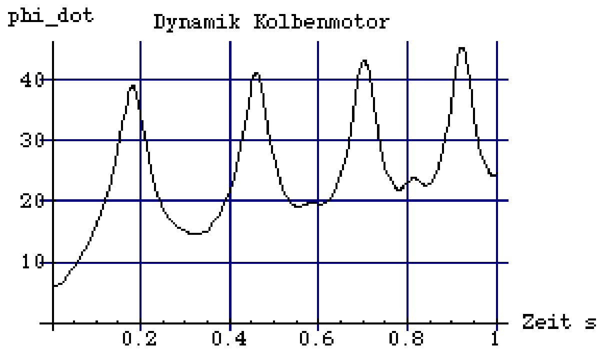
Kolbenkraft $F_K(\varphi)$



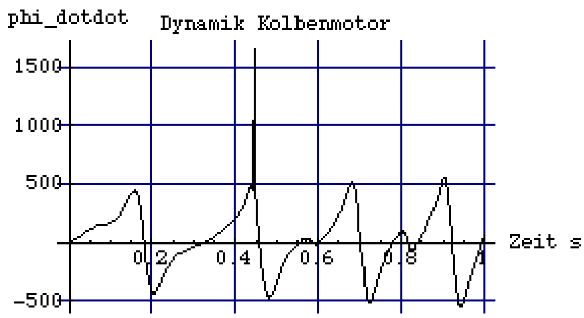
Winkel der Krubelwelle φ



Winkelgeschw. $\dot\varphi$



Winkelbeschl. $\ddot\varphi$



Kolben-Geschwindigkeit $\dot s$