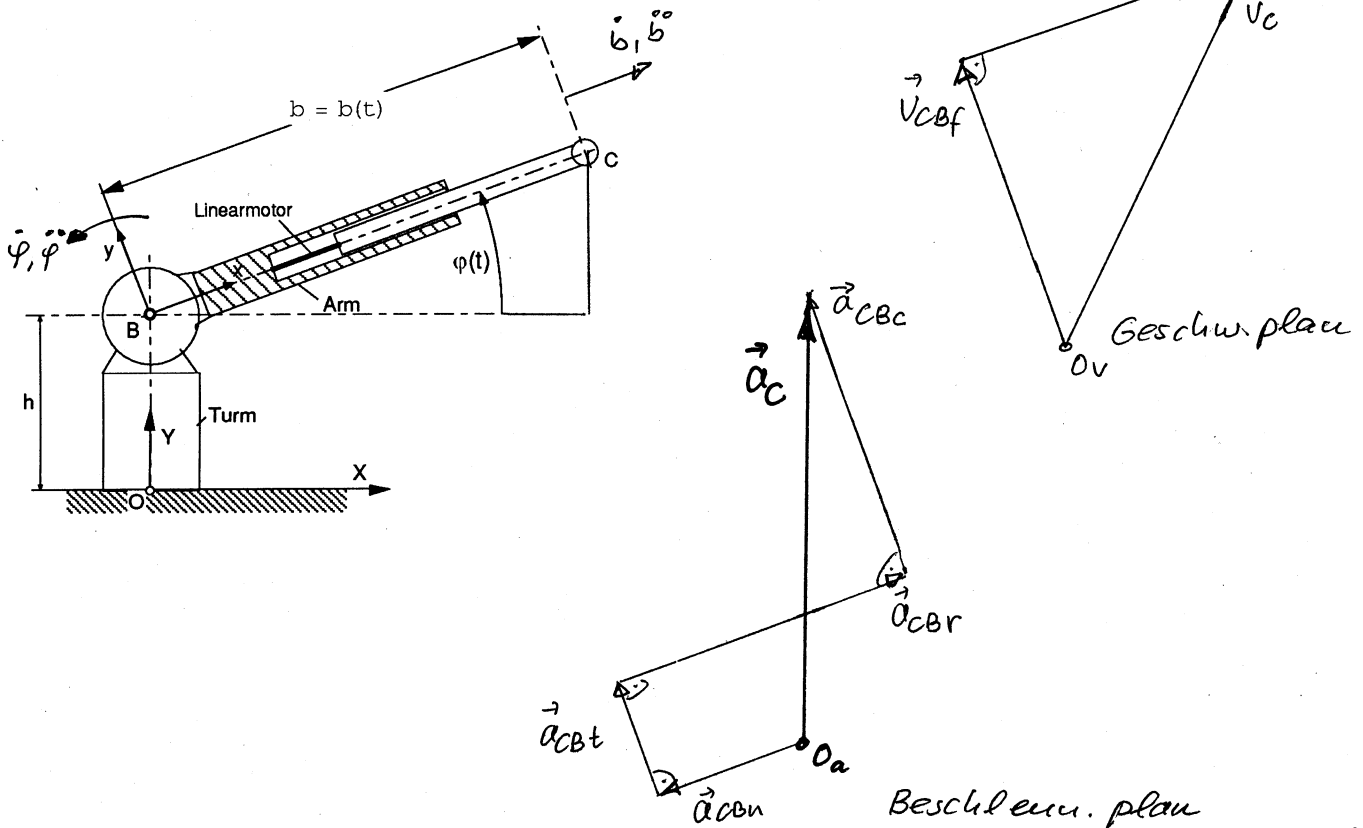


Lösungen der Aufgaben aus Kap. 3 (siehe auch Internet)

Aufgabe 3.1: Gegeben ist ein **Roboter mit ausfahrbarem Arm** (Glieder 3), der in B drehbar bez. Turm (Glieder 2) gelagert ist. Der Turm selbst kann sich nicht drehen.



Kinematischen Beziehungen der Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Punktes C.

Aus Lageplan, alle Vektoren in der Inertialbasis X,Y,Z:

Position: $\vec{r}_C = \vec{e}^T \mathbf{r}_C$, $\mathbf{r}_C = \begin{pmatrix} r_{Cx} \\ r_{Cy} \\ r_{Cz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \cos \varphi \\ h + b \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{r}_{Bo}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{r}_{CB}}$

Geschwindigkeit: $\dot{\vec{r}}_C = \dot{\vec{e}}^T \mathbf{v}_C$, $\mathbf{v}_C = \dot{\mathbf{r}}_C = \begin{pmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ v_{Cz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{b} \cos \varphi - b \sin \varphi \dot{\varphi} \\ \dot{b} \sin \varphi + b \cos \varphi \dot{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\dot{b} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{v}_{CBf}} + \underbrace{b \dot{\varphi} \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{v}_{CBt}}$

Beschleunigung: $\ddot{\vec{r}}_C = \ddot{\vec{e}}^T \mathbf{a}_C$, $\mathbf{a}_C = \dot{\mathbf{v}}_C = \begin{pmatrix} a_{Cx} \\ a_{Cy} \\ a_{Cz} \end{pmatrix} = \underbrace{\ddot{b} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}_{CBf}} + \underbrace{2\dot{b}\dot{\varphi} \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}_{CBc}} + \underbrace{b\ddot{\varphi} \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}_{CBt}} - \underbrace{b\dot{\varphi}^2 \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}_{CBn}}$

wobei \mathbf{v}_{CBf} ist die Relativgeschwindigkeit

\mathbf{v}_{CBt} ist die Führgeschwindigkeit (infolge der Drehung)

\mathbf{a}_{CBf} ist die Relativbeschleunigung

\mathbf{a}_{CBc} ist die Coriolisbeschleunigung

\mathbf{a}_{CBt} ist die Tangentialbeschleunigung

\mathbf{a}_{CBn} ist die Normal- oder Zentripetalbeschleunigung (infolge der Drehung)

2. Absolute Geschwindigkeit und Beschleunigung von C im Geschwindigkeits- und Beschleunigungsplan.

 $M_S = 1 \text{ cm} / 1 \text{ cm}, M_V = 1 \text{ cm} / 10 \text{ cm/s}^{-1}, M_A = 1 \text{ cm} / 100 \text{ cm/s}^{-2}$, siehe oben.

Zahlenwerte: $v_{CB_r} = \dot{b} = 40 \text{ cm/s}$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{v}_{CB_r} = 4 \text{ cm}$, || CB
 $v_{CB_t} = b \dot{\varphi} = 8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ rad/s} = 40 \text{ cm/s}$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{v}_{CB_t} = 4 \text{ cm}$, \perp CB
 Aus Geschwindigkeitsplan: $\hat{v}_C = 5.7 \text{ cm}$ $\rightarrow v_C = 57 \text{ cm/s}$

 $a_{CB_r} = \ddot{b} = 400 \text{ cm/s}^2$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{a}_{CB_r} = 4 \text{ cm}$, || CB

 $a_{CB_c} = 2 \dot{b} \dot{\varphi} = 2 \cdot 40 \text{ cm/s} \cdot 5 \text{ rad/s} = 400 \text{ cm/s}^2$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{a}_{CB_c} = 4 \text{ cm}$, \perp CB
 und $\vec{a}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_r$
 $a_{CB_t} = b \ddot{\varphi} = 8 \text{ cm} \cdot 20 \text{ rad/s}^2 = 160 \text{ cm/s}^2$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{a}_{CB_t} = 1.6 \text{ cm}$, \perp CB

 $a_{CB_n} = b \dot{\varphi}^2 = 8 \text{ cm} \cdot 25 \text{ rad/s}^2 = 200 \text{ cm/s}^2$ \rightarrow Zeichenlänge $\hat{a}_{CB_n} = 2 \text{ cm}$, || CB

 Aus Beschleunigungsplan: $\hat{a}_C = 6 \text{ cm}$ $\rightarrow a_C = 600 \text{ cm/s}^2$

 3. Die minimale und maximale Koordinate in X des Greifers C, wenn dabei $Y = 0$, und wenn $b_{\min} = 5 \text{ cm}$ und $b_{\max} = 9 \text{ cm}$.

$$r_{Cx} = \sqrt{b^2 - h^2} \rightarrow r_{Cx_max} = 8.48 \text{ cm}, \quad r_{Cx_min} = 4 \text{ cm}$$

$$\varphi = -\arcsin \frac{h}{b} \rightarrow \varphi_{max} = -19.47^\circ, \quad \varphi_{min} = -36.87^\circ$$

 4. Punkt C fährt auf einer vertikalen Geraden am Ort X_H von $Y = H_1$ bis $Y = H_2$, wo $\Delta H = H_2 - H_1$, mit konstanter Geschwindigkeit v_H . Parameters $\tau, \tau = 0, \dots, 1$, siehe Lageplan oben.

$$r_{Cx} = b \cos \varphi \equiv x_H \quad (1)$$

$$r_{Cy} = h + b \sin \varphi \equiv H_1 + \Delta H \tau \quad (2)$$

$$(1) \text{ in } (2): \quad h + \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} x_H = H_1 + \Delta H \tau \rightarrow \varphi(\tau) = \arctan \frac{H_1 - h + \Delta H \tau}{x_H} \quad (3)$$

$$(1)^2 + (2)^2: \quad b^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi = (-h + H_1 + \Delta H \tau)^2 + x_H^2 \rightarrow b(\tau) = \sqrt{(H_1 - h + \Delta H \tau)^2 + x_H^2} \quad (4)$$

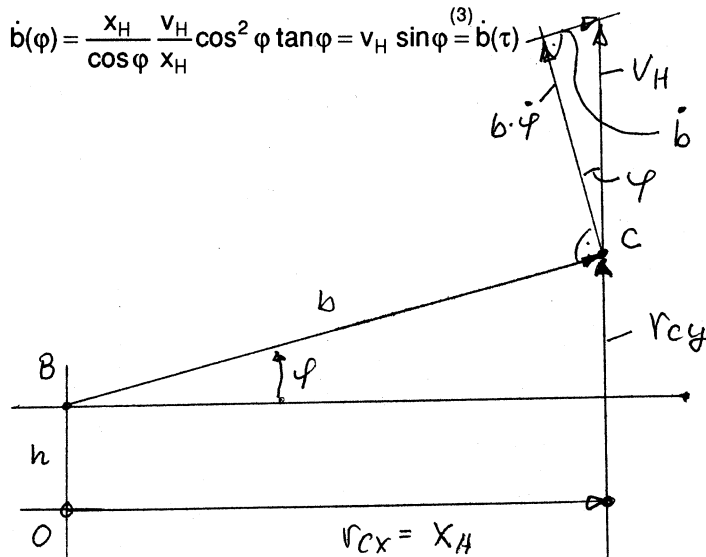
$$v_{Cx} = \dot{b} \cos \varphi - b \dot{\varphi} \sin \varphi \equiv 0 \quad (5)$$

$$v_{Cy} = \dot{b} \sin \varphi + b \dot{\varphi} \cos \varphi \equiv v_H \quad (6)$$

$$(5): \quad \dot{b} = b \dot{\varphi} \tan \varphi \quad (7)$$

$$(7) \text{ in } (6): \quad v_{Cy} = b \dot{\varphi} \tan \varphi \sin \varphi + b \dot{\varphi} \cos \varphi = v_H \rightarrow \dot{\varphi}(\varphi) = \frac{v_H}{b(\tan \varphi \sin \varphi + \cos \varphi)} \stackrel{(1)}{=} \frac{v_H}{x_H} \cos^2 \varphi \stackrel{(3)}{=} \dot{\varphi}(\tau) \quad (8)$$

$$(1)+(8) \text{ in } (7): \quad \dot{b}(\varphi) = \frac{x_H}{\cos \varphi} \frac{v_H}{x_H} \cos^2 \varphi \tan \varphi = v_H \sin \varphi \stackrel{(3)}{=} \dot{b}(\tau)$$



$$\dot{b} = v_H \sin \varphi$$

$$b \dot{\varphi} = v_H \cos \varphi$$

Aufgabe 3.2: Kinematik eines Hebemechanismus

Der Hebemechanismus besteht aus vier Lenkern der Länge a , vier Zahnradern mit Radius $b/2$, die an den Lenkern befestigt sind, und Lagerboecke mit je zwei Drehgelenken. Ein Lenker mit Zahnrad ist im Drehgelenk des Lagerbocks gelagert. In A und D sind je zwei Lenker drehbar gelagert. Der Abstand b ist so bemessen, daß je zwei Zahnraeder im Eingriff sind.

Daten: $a = 20 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$.

1. Laufgrad des Mechanismus

$$b = 3, n = 6, g = 8, \sum f_i = 6 \times 1 + 2 \times 2 = 10 \text{ aus 6 mal}$$

D und 2 mal Wälzen der Zahnraeder.

$$F = b(n-1-g) + \sum f_i = 3(6-1-8) + 10 = 1$$

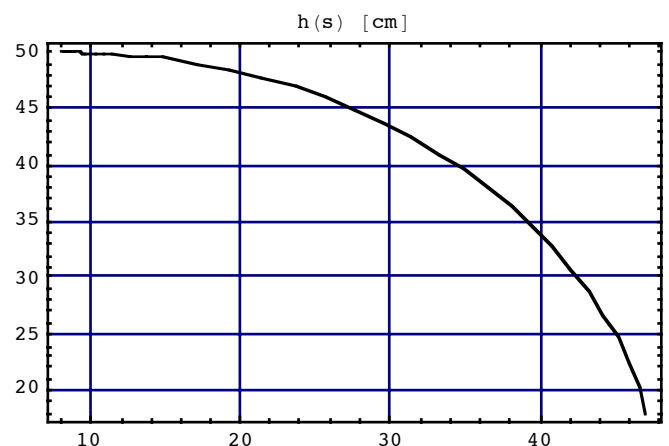
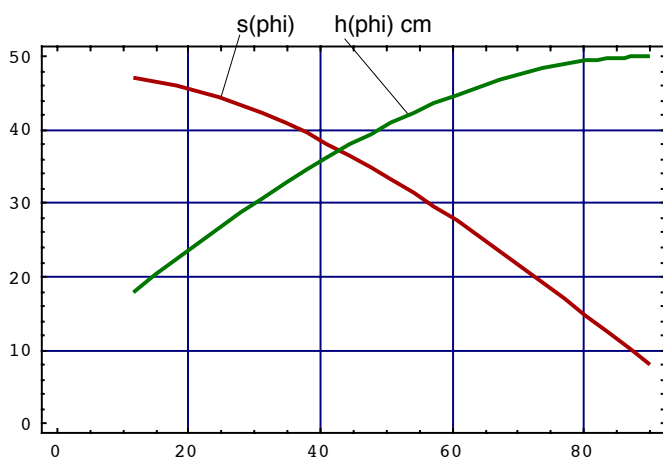
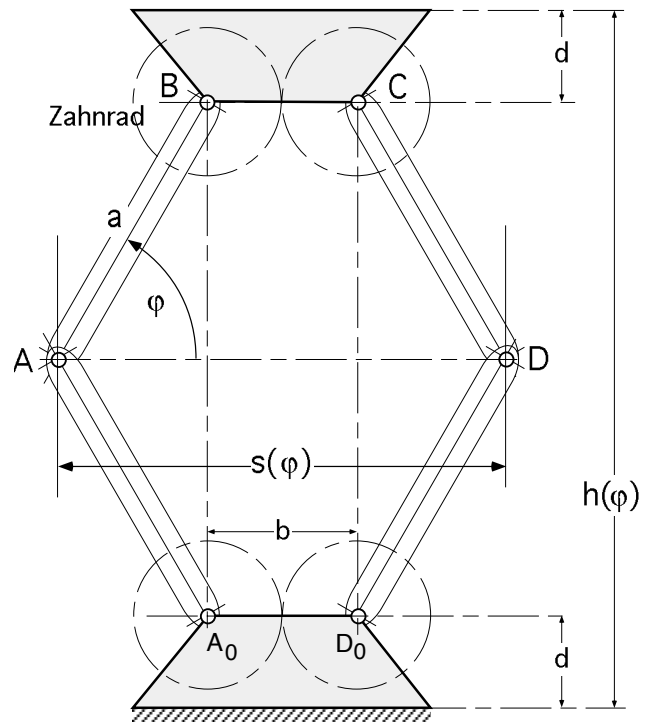
 2. Uebertragungsfunktionen $s(\varphi)$, $h(\varphi)$ und $h(s)$.

$$s(\varphi) = b + 2a \cos \varphi. \quad (1)$$

$$h(\varphi) = 2d + 2a \sin \varphi \quad (2)$$

$$\text{aus (1): } \cos \varphi = \frac{s-b}{2a}, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{s-b}{2a}\right)^2} = \frac{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}}{2a}, \quad \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}}{s-b} \quad (3)$$

$$(3) + (2): h(s) = 2d + 2a \sqrt{1 - \left(\frac{s-b}{2a}\right)^2} = 2d + \sqrt{4a^2 - (s-b)^2}. \quad (4)$$


 3. Arbeitsbereich von h , wenn sich die Zahnraeder nicht durchdringen dürfen.

$$h_{\text{unten}} = 2d + b = 10 + 8 = 18 \text{ cm.}, \text{ bei } \varphi = 11.537^\circ \text{ und } s = 47.19 \text{ cm.}$$

$$h_{\text{oben}} = 2d + 2a = 10 + 40 = 50 \text{ cm, bei } \varphi = 90^\circ \text{ und } s = 8 \text{ cm.}$$

 4. Uebertragungswinkel $\mu_B(\varphi)$ zwischen Lenker und Lagerbock.

$$\mu_B(\varphi) = \varphi, \quad \mu_{B-\min} = 11.5^\circ, \quad \mu_{B-\max} = 90^\circ,$$

 5. Uebertragungsfunktionen $s'(\varphi)$, $s''(\varphi)$, $h'(\varphi)$, $h''(\varphi)$, $h'(s)$, $h''(s)$. Kettenregel anwenden!

$$s'(\varphi) = s_{\varphi}(\varphi) = -2a \sin \varphi; \quad s''(\varphi) = s_{\varphi\varphi}(\varphi) = -2a \cos \varphi. \quad (5)$$

$$h'(\varphi) = h_{\varphi}(\varphi) = 2a \cos \varphi; \quad h''(\varphi) = h_{\varphi\varphi}(\varphi) = -2a \sin \varphi. \quad (6)$$

$$h'(s) = h_s(\varphi) = \frac{\partial h}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{h'(\varphi)}{s'(\varphi)} = \frac{2a \cos \varphi}{-2a \sin \varphi} = -\frac{1}{\tan \varphi} = -\cot \varphi = -\frac{s-b}{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}} = h_s(s) \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 h''(s) = h_{ss}(s) &= \frac{\partial h'}{\partial s} = \frac{-1 \sqrt{4a^2 - (s-b)^2} + (s-b) (-2(s-b)) / (2\sqrt{4a^2 - (s-b)^2})}{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}^2} = -\frac{1}{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}} - \frac{(s-b)^2}{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}^3} \\
 &= \frac{-4a^2}{\sqrt{4a^2 - (s-b)^2}^3}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

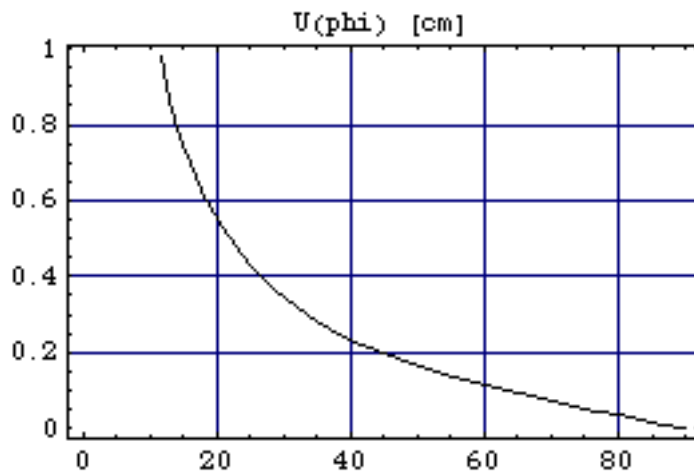
6. Bestimme die Übersetzung U zwischen $v = dh/dt$ und n , mit Drehzahl der Spindel $n = 10$ U/s, Steigung $p = 2$ mm. Wenn eine positive Drehung ($+n$) eine positive Höhenverstellung ($+v$) bewirken soll, muss $p = -2$ mm sein.

Übersetzung $U = v / n$,

Hubgeschwindigkeit $v = h_s(s) ds/dt$, wo $h_s(s)$ nach (7)

Spindelgeschwindigkeit $ds/dt = -\frac{p}{2\pi} \omega_{\text{Spindel}} = -p n = -20 \text{ mm/s} = -2 \text{ cm/s}$ (9)

--> $U = -p h'(s) = p \cot(\varphi)$ (10)



Plot der Funktion $U(\text{cm/rad})$ über φ

7. Bestimme die Hubzeit T_{Hub} vom unteren Zustand zur obersten Lage.

Hubgeschwindigkeit $v = dh/dt \rightarrow dt = 1/v dh$

$$T = \int_{t_u}^{t_o} dt = \int_{h_u}^{h_o} \frac{1}{v} dh = \int_{h_u}^{h_o} \frac{1}{U(\varphi)n} dh = \int_{\varphi_u}^{\varphi_o} \frac{1}{U(\varphi)n} h_\varphi(\varphi) d\varphi = \int_{\varphi_u}^{\varphi_o} \frac{2a \cos \varphi}{p \cot \varphi n} d\varphi = \frac{2a}{p n} \int_{\varphi_u}^{\varphi_o} \sin \varphi d\varphi \quad (11)$$

mit den Werten für φ_u und φ_o aus 3. folgt: $T = 19.6$ s.

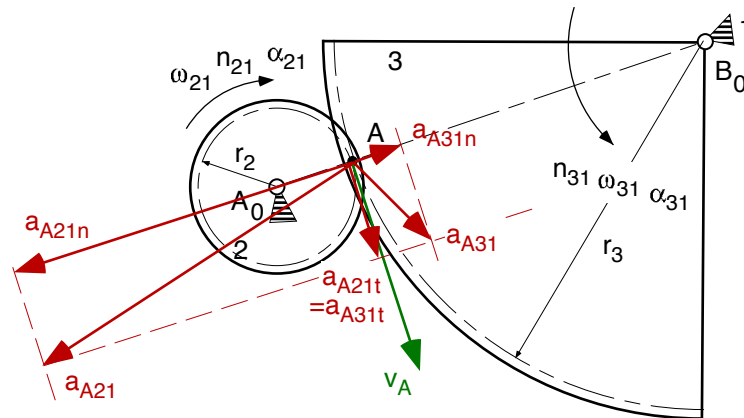
oder, weil $|ds/dt| = \text{konst.} = 2 \text{ cm/s} \Rightarrow$

$$T = \frac{s_{\text{ges}}}{ds/dt} = \frac{47.19 - 8}{2} = 19.6 \text{ s.}$$

8. Kinematik: $v = g_1(\varphi) \omega_{\text{Spindel}} = U / (2\pi) \omega_{\text{Spindel}} = p \cot(\varphi) / (2\pi) \omega_{\text{Spindel}} \Rightarrow g_1(\varphi) = p \cot(\varphi) / (2\pi)$ (12)
 Statik: $-L = -1/g_1(\varphi) M_{\text{Spindel}} \Rightarrow M_{\text{Spindel}} = g_1(\varphi) L = p \cot(\varphi) / (2\pi) L = 66.16 \text{ Ncm}$ bei $L = 1200 \text{ N}$, $\varphi = 30^\circ$
9. Kinematik: $v = g_2(\varphi) ds/dt = dh/ds ds/dt = -\cot(\varphi) ds/dt \Rightarrow g_2(\varphi) = -\cot(\varphi)$ (13)
 Statik: $-L = -1/g_2(\varphi) F_{\text{Spindel}} \Rightarrow F_{\text{Spindel}} = -g_2(\varphi) L = \cot(\varphi) L = 2078.5 \text{ N}$ (Zugkraft)
 bei $L = 1200 \text{ N}$, $\varphi = 30^\circ$.

Aufgabe 3.3: Kinematik eines Rädergetriebes.

Geg.: $n_{21} = 191 \text{ U/min}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$, $r_3 = 100 \text{ cm}$, $\alpha_{21} = 100 \text{ rad/s}^2$.



1. Berechne ω_{21} , ω_{31} , n_{31} , Übersetzung i. Zeichne die Größen richtig ein.

$$\omega_{21} = 2 \pi n / 60 = 2 \pi 191 \text{ U/min} / 60 \text{ s/min} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{31} = \omega_{21} r_2 / r_3 = 20 \text{ rad/s} \cdot 10 / 100 = 2 \text{ rad/s}$$

$$\text{Übersetzung nach DIN: } i = \omega_{21} / \omega_{31} = 20 / 2 = 10 = r_3 / r_2. \quad i_{32} = \omega_{31} / \omega_{21} = 0.1.$$

2. Geschwindigkeit des Kontaktpunktes A. Zeichne die Geschwindigkeit ein.

$$v_A = r_2 \omega_{21} = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ rad/s} = 200 \text{ cm/s} = 2 \text{ m/s}.$$

$$v_A \text{ ist auch die Geschwindigkeit des Rades 3 in A: also } v_A = r_3 \omega_{31} = 100 \text{ cm} \cdot 2 \text{ rad/s} = 200 \text{ cm/s} = 2 \text{ m/s}.$$

3. Beschleunigung des Punktes A auf Rad 2 und auf Rad 3. Größen bitte einzeichnen.

Für Rad 2:

$$\vec{a}_{A21} = \vec{a}_{A21t} + \vec{a}_{A21n}, \text{ also die Summe aus Tangentialbeschleunigung und Normalbeschleunigung}$$

$$a_{A21t} = r_2 \alpha_{21} = 10 \text{ cm} \cdot 100 \text{ rad/s}^2 = 1000 \text{ cm/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2, \text{ tangential an Kreisbahn in A.}$$

$$a_{A21n} = r_2 \omega_{21}^2 = 10 \text{ cm} \cdot 400 \text{ rad/s}^2 = 4000 \text{ cm/s}^2 = 40 \text{ m/s}^2, \text{ normal in A nach } A_0 \text{ zeigend.}$$

$$a_{A21} = \sqrt{a_{A21t}^2 + a_{A21n}^2} = \sqrt{10^2 + 40^2} = 41.23 \text{ m/s}^2$$

Für Rad 3:

$$\vec{a}_{A31} = \vec{a}_{A31t} + \vec{a}_{A31n}, \text{ also die Summe aus Tangentialbeschleunigung und Normalbeschleunigung}$$

$$\vec{a}_{A31t} = \vec{a}_{A21t}, \text{ sowie } a_{A31t} = a_{A21t}$$

$$a_{A31n} = r_3 \omega_{31}^2 = 100 \text{ cm} \cdot 4 \text{ rad/s}^2 = 400 \text{ cm/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2, \text{ normal in A nach } B_0 \text{ zeigend.}$$

$$a_{A31} = \sqrt{a_{A31t}^2 + a_{A31n}^2} = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10.77 \text{ m/s}^2$$

4. Bestimme α_{31} .

$$a_{A31t} = r_3 \alpha_{31} = 1000 \text{ cm/s}^2 \rightarrow \alpha_{31} = 1000 \text{ cm/s}^2 / 100 \text{ cm} = 10 \text{ rad/s}^2.$$

Aufgabe 3.4: Kinematik eines Planetengetriebes

Nebenstehendes Bild zeigt ein Planetengetriebe mit stehendem Hohlrad 1, dem Steg 2 (gelagert in B_0) und dem Planetenrad 3, (gelagert in B).

Das Planetenrad rollt im Hohlrad ab.

Gegeben sind: R , r , v_B .

Berechne analytisch:

- a) Die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes 2 bez. Gestell.

$$\omega_{21} = v_B / (R - r)$$

Zeichne ω_{21} sinnbildlich in Bild 4 ein.

- b) Berechne die Winkelgeschw. ω_{31} des Planetenrades 3 bez. Gestell.

$$\omega_{31} = v_B / r, \text{ aber entgegengesetzt zu } \omega_{21}$$

Zeichne ω_{31} sinnbildlich in Bild 4 ein, wo Pol $P_{31} = C$

- c) Berechne die Winkelgeschw. ω_{32} des Planetenrades 3 bez. Glied 2. **Achtung:** Vektorgleichung!

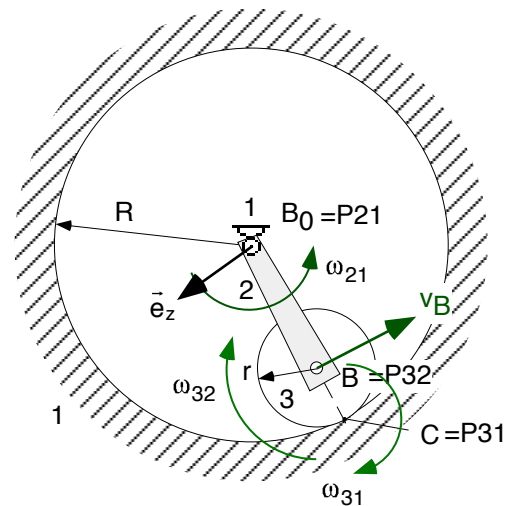
$$\vec{\omega}_{32} = \vec{\omega}_{31} - \vec{\omega}_{21} = \vec{e}_z (\omega_{31} - \omega_{21}) = \vec{e}_z \left(-\frac{v_B}{r} - \frac{v_B}{R-r} \right) \rightarrow \omega_{32} = -\frac{R}{r(R-r)} v_B$$

Zeichne ω_{32} sinnbildlich in Bild 4 ein, wo Pol $P_{32} = B$

- d) Gebe die Übersetzung i_{32} an, wenn $R = 10 \text{ cm}$, $r = 4 \text{ cm}$.

$$i_{32} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{21}} = \frac{-\frac{v_B}{r}}{\frac{v_B}{R-r}} = -\frac{R-r}{r} = 1 - \frac{R}{r} = 1 - 2.5 = -1.5:$$

Das ist eine Übersetzung in das Schnelle. Vorzeichen deutet die Umkehrung an!



Aufgabe 3.5: Bestimme die effektive Steigung der DLR-Rollenspindel

mit

$$r_1 = 8 \text{ mm},$$

$$r_2 = 4 \text{ mm},$$

$$r_3 = 2 \text{ mm},$$

$$\omega_1 = 1 \text{ rad/s} = \omega_{ES},$$

$$h_{\text{Spindel}} = 0.3 \text{ mm Steigung},$$

$$M_{\omega} = 5 \text{ cm} / 1 \text{ rad s}^{-1},$$

$$M_s = 1 \text{ cm} / 1 \text{ mm}$$

Zeichne einen Winkelgeschwindigkeitsplan

 Lösg: ($\omega_{ES} = \omega_{21}$!)

C = Momentanpol von Glied 3.

$$v_A = 2 r_3 \omega_{31} = r_2 \omega_{21} \quad (1)$$

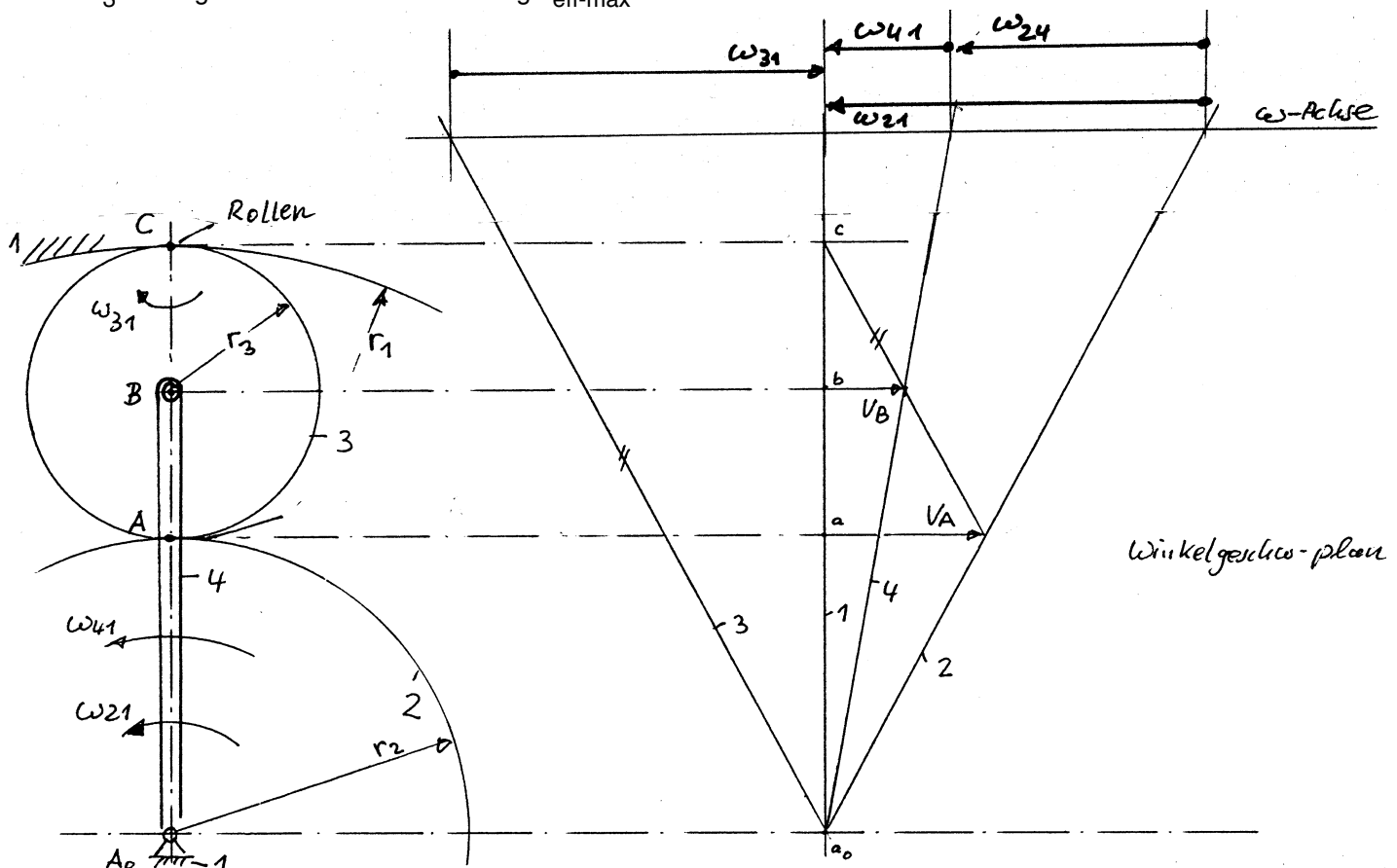
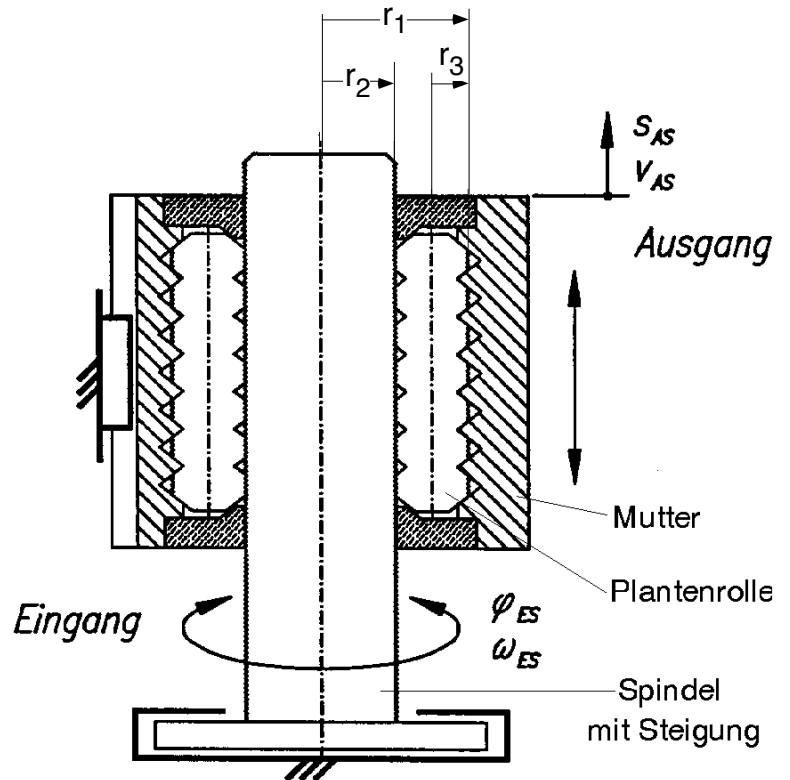
$$v_B = (r_2 + r_3) \omega_{41} = r_3 \omega_{31} \quad (2)$$

$$v_{As} = h_{\text{eff}} \frac{\omega_{21}}{2\pi} = h \frac{\omega_{21} - \omega_{41}}{2\pi} = h \left(1 - \frac{\omega_{41}}{\omega_{21}} \right) \frac{\omega_{21}}{2\pi}$$

$$\rightarrow h_{\text{eff}} = h \left(1 - \frac{\omega_{41}}{\omega_{21}} \right) \quad (3)$$

$$\text{aus (1): } \omega_{31} = \frac{r_2}{2 r_3} \omega_{21}, \quad \text{aus (2): } \omega_{41} = \frac{r_3}{(r_2 + r_3)} \omega_{31} = \frac{r_3}{(r_2 + r_3)} \frac{r_2}{2 r_3} \omega_{21} = \frac{r_2}{2 (r_2 + r_3)} \omega_{21} \quad (4)$$

$$(4) \text{ in } (3): h_{\text{eff}} = h \left(1 - \frac{r_2}{2 (r_2 + r_3)} \right) = 0.3 \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 0.2 \text{ mm}.$$

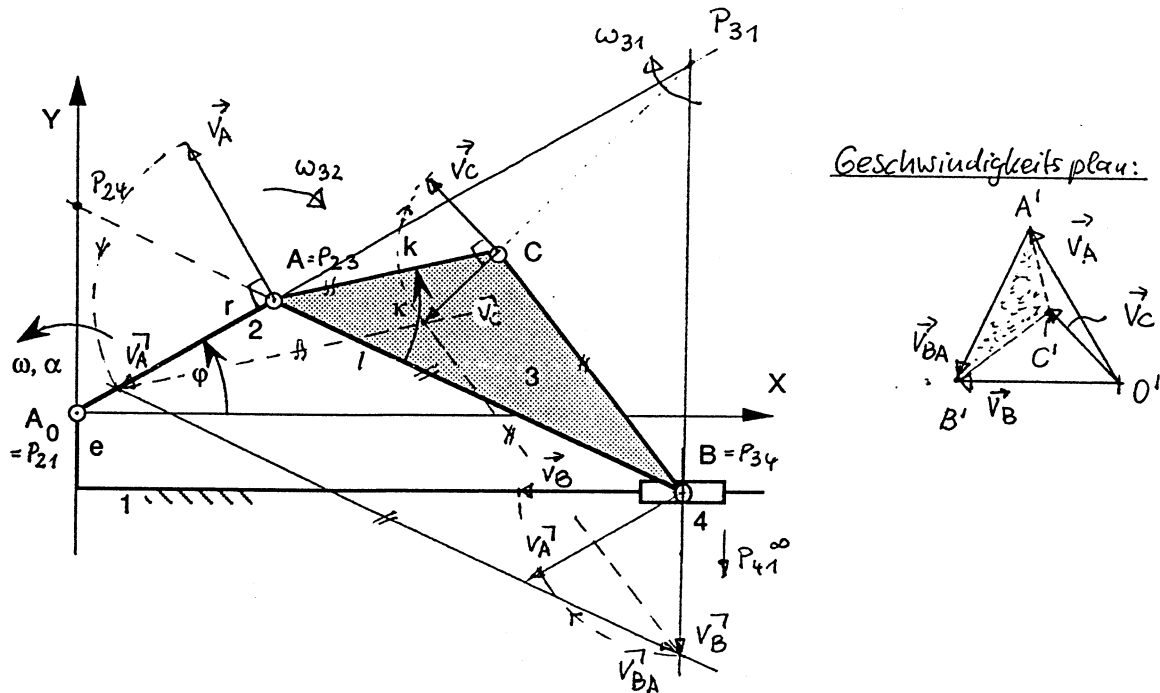
 Für $r_3 = 0$ folgt die maximale Übersetzung $h_{\text{eff-max}} = 1/2 h$.


Aufgabe 3.11: Graphische Lösung eines exzentrischen Schubkurbelgetriebes

Geg.: Schubkurbel mit Längen $r = 30 \text{ cm}$, $l = 60 \text{ cm}$, $e = 10 \text{ cm}$, $k = 30 \text{ cm}$, Winkel $\varphi = 30^\circ$, $\kappa = 38^\circ$

Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \text{ rad/s}$, Winkelbeschleunigung $\alpha = 20 \text{ rad/s}^2$,

Maßstäbe $M_S = 1 \text{ mm} / 1 \text{ cm}$, $M_V = 20 \text{ mm} / 1 \text{ ms}^{-1}$



1. Lage aller Geschwindigkeitspole des Getriebes

$P_{12} = A_0$, $P_{23} = A$, $P_{34} = B$, $P_{41}^\infty \perp$ Schubrichtung, P_{31} aus $(P_{21}P_{23})$ & $(P_{41}^\infty P_{34})$,

P_{24} aus $(P_{23}P_{34})$ & $(P_{41}^\infty P_{24})$

2. Geschwindigkeit der Punkte A, B und C, Geschwindigkeitsplan

a) \vec{v}_A ist Geschwindigkeit des Gliedes 2 und des Gliedes 3 im Punkt A gegenüber Gestell 1

$$v_A = r \omega = 0.3 \cdot 4 = 1.2 \text{ m/s}, \quad \hat{v}_A = v_A M_V = 1.2 \cdot 20 = 24 \text{ mm}, \quad \vec{v}_A \perp AA_0$$

b) \vec{v}_B ist Geschwindigkeit des Gliedes 3 und des Gliedes 4 im Punkt B gegenüber Gestell 1,

$\vec{v}_B \parallel$ Schubrichtung,

\vec{v}_B aus II zu AB in \vec{v}_A mit Schnitt des Lotes auf Schubrichtung in B, zurückdrehen ergibt \vec{v}_B ,

$$\hat{v}_B = 21.5 \text{ mm} \rightarrow \underline{\underline{v_B = \hat{v}_B / M_V = 21.5 / 20 = 1.07 \text{ m/s}}}$$

c) $\vec{v}_C \perp CP_{31}$, \vec{v}_C aus II zu AC in \vec{v}_A und II zu BC in \vec{v}_B , zurückdrehen ergibt \vec{v}_C ,

$$\hat{v}_C = 13.5 \text{ mm} \rightarrow \underline{\underline{v_C = 13.5 / 20 = 0.67 \text{ m/s}}}$$

d) Geschwindigkeitsplan: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$,

Relativgeschwindigkeit $\vec{v}_{BA} \perp AB$, $\hat{v}_{BA} = 23 \text{ mm} \rightarrow \underline{\underline{v_{BA} = 23 / 20 = 1.15 \text{ m/s}}}$,

Geschwindigkeitsplan $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

e) Vgl. Ergebnisse aus Aufgabe 5.1: $v_A = 120 \text{ cm/s}$, $v_B = 107.6 \text{ cm/s}$, $v_C = 67.28 \text{ cm/s}$

3. Winkelgeschwindigkeit ω_{31} und ω_{32}

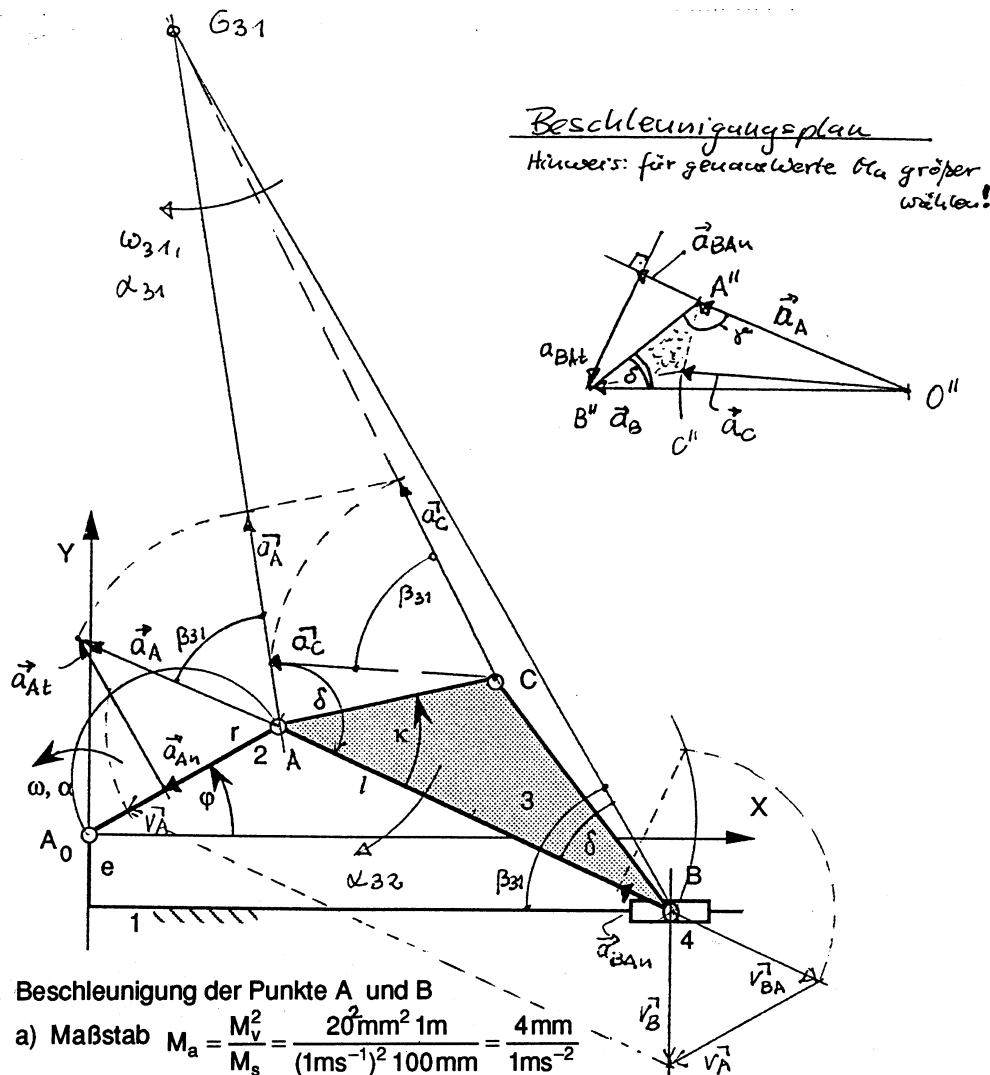
a) $\omega_{31} = v_A / AP_{31} = 1.2 \text{ ms}^{-1} / 0.63 \text{ m} = \underline{\underline{1.90 \text{ rad/s}}}$ Drehsinn $(\omega_{31}) = -$ Drehsinn (ω_{21})

$$\text{oder: } \omega_{31} = v_B / BP_{31} = 1.07 \text{ ms}^{-1} / 0.565 \text{ m} = 1.89 \text{ rad/s} = v_C / CP_{31}$$

b) Vgl. Ergebnisse aus Aufgabe 5.1: $\omega_{41} = \omega_{43} + \omega_{31} = 0$, $\rightarrow \omega_{31} = -\omega_{43} = \omega_{34} = \dot{\gamma} = 1.905 \text{ rad/s}$

c) Bilanz mit Drehsinn $(+\omega_{21})$

$$\omega_{31} = \omega_{32} + \omega_{21}, \quad \rightarrow \omega_{32} = \omega_{31} - \omega_{21} = -1.9 - 4 = \underline{\underline{-5.9 \text{ rad/s}}}$$
 D.S. $(\omega_{32}) = -$ D.S. (ω_{21})



4. Beschleunigung der Punkte A und B

a) Maßstab $M_a = \frac{M_v^2}{M_s} = \frac{20^2 \text{ mm}^2 \cdot 1 \text{ m}}{(1 \text{ ms}^{-1})^2 \cdot 100 \text{ mm}} = \frac{4 \text{ mm}}{1 \text{ ms}^{-2}}$

b) \vec{a}_{An} aus Kathetensatz: $\hat{a}_{An} = 19 \text{ mm} \rightarrow a_{An} = \hat{a}_{An} / M_a = 19 / 4 = 4.75 \text{ ms}^{-2}$
(rechnerisch: $a_{An} = r \omega^2 = 0.3 \cdot 4^2 = 4.8 \text{ ms}^{-2}$)

c) $\vec{a}_{At} \perp A_0A$: $a_{At} = r \alpha = 0.3 \cdot 20 = 6 \text{ ms}^{-2} \rightarrow \hat{a}_{At} = 24 \text{ mm}$, \vec{a}_{At} antragen

e) \vec{a}_A aus Vektorsumme: $\rightarrow \hat{a}_A = 31 \text{ mm}, \rightarrow \underline{a_A = 7.75 \text{ ms}^{-2}}$, (rechnerisch: $a_A = 7.68 \text{ ms}^{-2}$)

f) $\vec{a}_B \parallel$ Schubrichtung: $\vec{a}_{Bn} = 0 \rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_{Bt} \rightarrow$ Vektorgleichung: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA n} + \vec{a}_{BA t}$,

$\vec{a}_{BA n}$ aus Kathetensatz mit v_{BA} : $\hat{a}_{BA n} = 9 \text{ mm}, \rightarrow a_{BA n} = 2.2 \text{ ms}^{-2}$

$\vec{a}_{BA t} \perp AB$, $\hat{a}_{BA t}$ aus Beschleunigungsplan $\rightarrow \hat{a}_{BA t} = 17 \text{ mm}, \rightarrow a_{BA t} = 4.2 \text{ ms}^{-2}$

\vec{a}_B aus Beschleunigungsplan $\rightarrow \hat{a}_B = 43 \text{ mm}, \rightarrow \underline{a_B = 10.8 \text{ ms}^{-2}}$; vgl. A5.1: $a_B = -\ddot{s} = 1083 \text{ cms}^{-2}$

5. Bestimme den Beschleunigungspol G_{31} und damit die Beschleunigung von C

a) aus Beschleunigungsplan: $\triangle A''B''O'' \sim \triangle ABG_{31}$: Übertage \triangle mit Winkel $\gamma = 122.5^\circ$, $\delta = 36^\circ \rightarrow G_{31}$

b) \vec{a}_A zerlegt an AG_{31} liefert Beschleunigungswinkel $\underline{\beta_{31} = 60^\circ}$.

c) \vec{a}_C aus: \vec{a}_A um $\angle \beta_{31}$ in \vec{a}_B drehen, \parallel zu AC schneidet auf CG_{31} \vec{a}_C , zurückdrehen um $\angle \beta_{31} \rightarrow \vec{a}_C$
 $\hat{a}_C = 31 \text{ mm}, \rightarrow \underline{a_C = 7.8 \text{ ms}^{-2}}$; vgl. A5.1: $a_C = 776.5 \text{ cms}^{-2}$

6. \vec{a}_C im Beschleunigungsplan eintragen: $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$

7. a) $\alpha_{31} = a_{AGt} / AG_{31} = a_A \sin \beta_{31} / AG_{31} = 770 \cdot 0.875 / 0.98 = \underline{6.87 \text{ rad/s}}$, D.S. (α_{31}) = - D.S. (ω_{21})
oder: $\alpha_{31} = a_{BA t} / l = 4.2 / 0.6 = 7 \text{ rad/s}$.

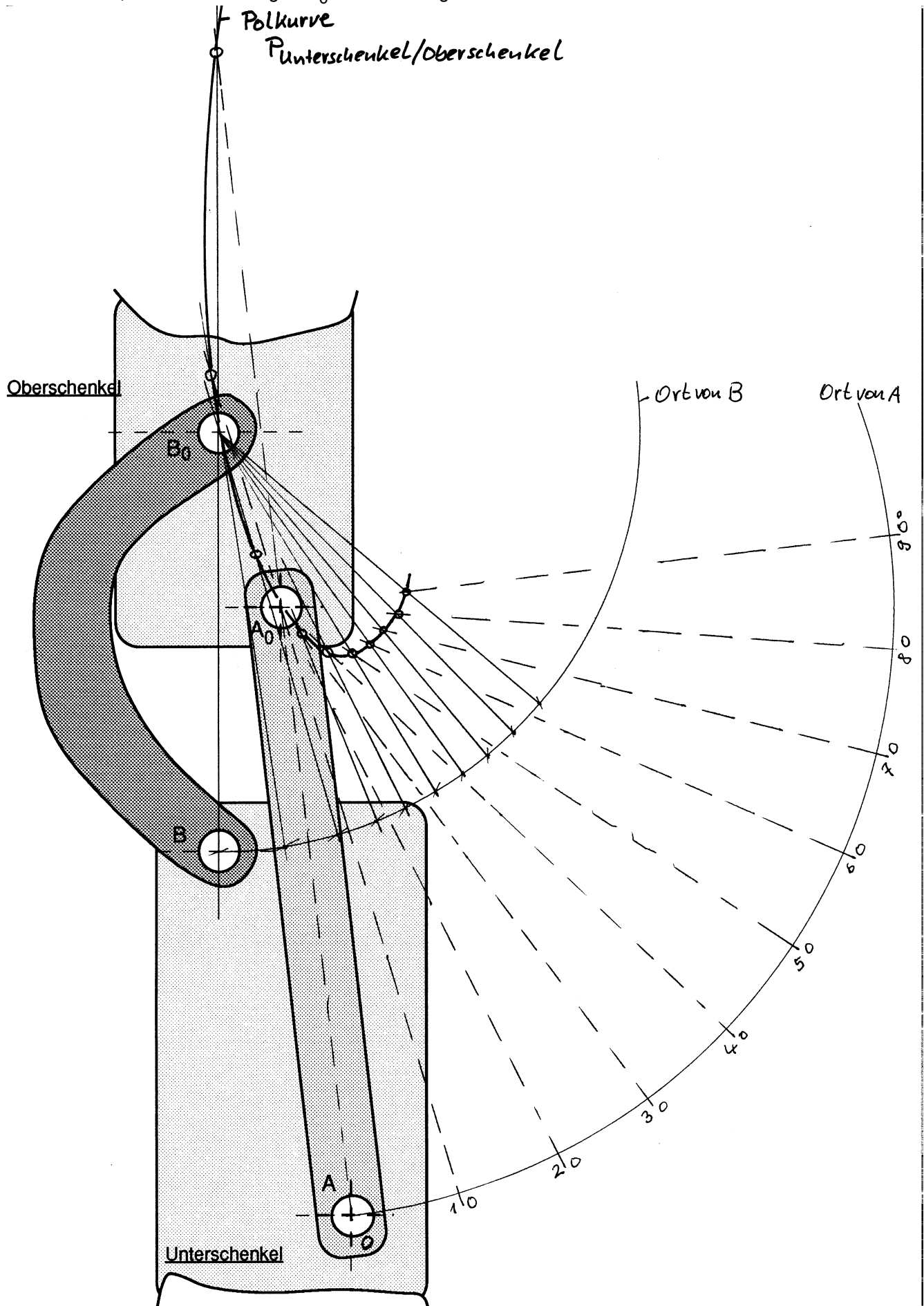
b) vgl. Aufgabe 5.1: $\alpha_{41} = \alpha_{43} + \alpha_{31} = 0$, $\rightarrow \alpha_{31} = -\alpha_{43} = \alpha_{34} = \ddot{\gamma} = 6.79 \text{ rad/s}^2$

c) Bilanz: $\alpha_{31} = \alpha_{32} + \alpha_{21}$, $\rightarrow \alpha_{32} = \alpha_{31} - \alpha_{21} = -6.9 - 20 = \underline{-26.9 \text{ rad/s}}$ D.S. (α_{32}) = - D.S. (ω_{21})

8. Kinematik: $v_B = 1.07 \text{ m/s} = 1.07 / 4 \omega = g_1 \omega \Rightarrow g_1 = 0.2675 \text{ m/rad}$;

Statik: $-F_4 = -1/g_1 M_2 \Rightarrow M_2 = g_1 F_4 = 0.2675 \text{ m/rad} \cdot 3000 \text{ N} = 802 \text{ Nm}$

Aufgabe 3.12: Bestimme die Polkurve (Momentanpol) bei Bewegungen des Unterschenkels gegenüber dem Oberschenkel, wenn die Schwinde AA_0 eine Drehung von 90° in Schritten von 10° ausführt.



Aufgabe 3.14: Der **7-Körper-Mechanismus** aus SCHIEHLEN, 1990 (ebenes Getriebe) ist in der gezeichneten Stellung kinematisch zu untersuchen:

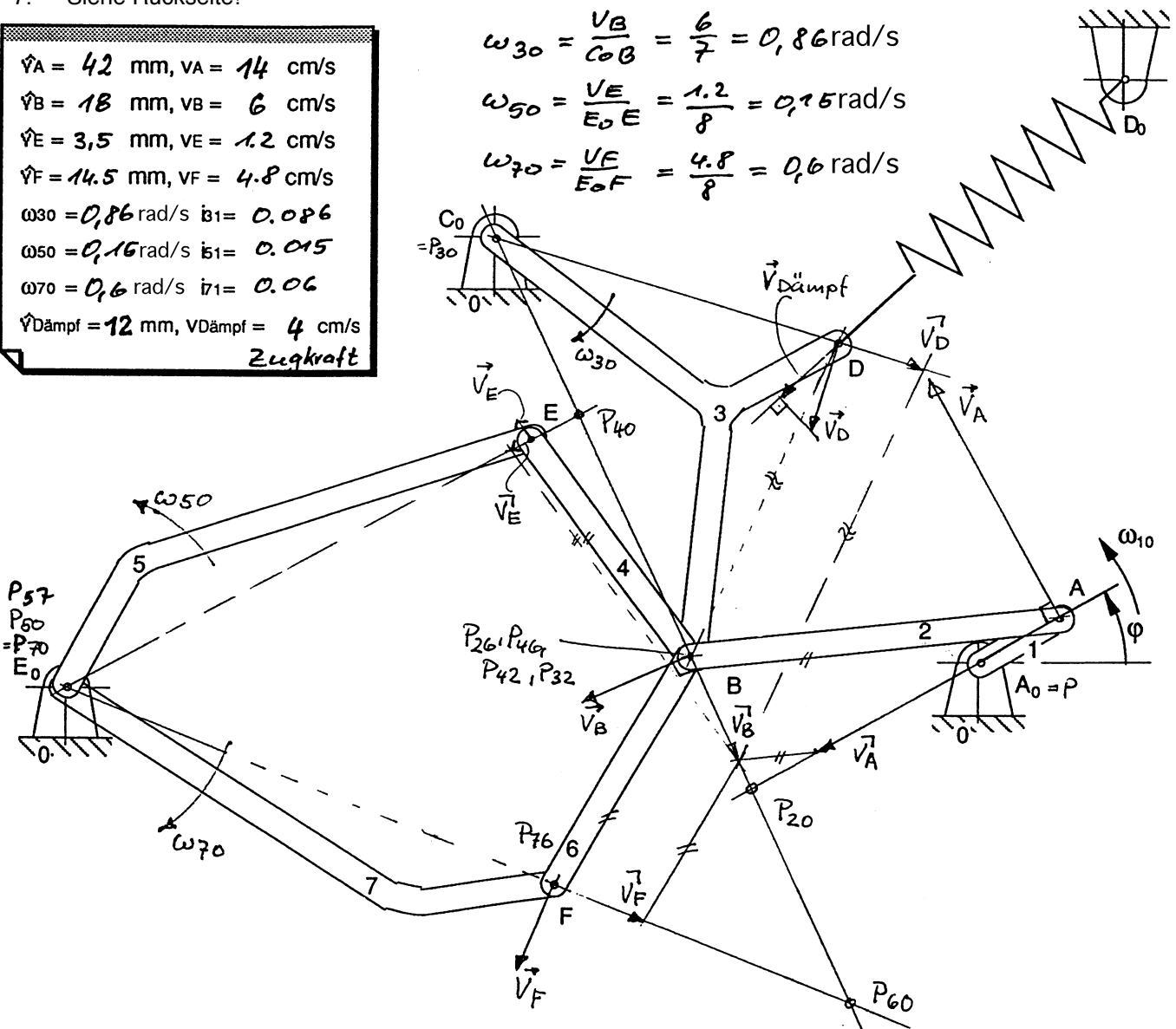
1. Zeichne die kinematische Kette
2. Berechne den Laufgrad der Kette
3. Bestimme die Geschwindigkeit von A, E und F, wenn die Antriebswinkelgeschwindigkeit $\omega_{10} = 10 \text{ rad/s}$ = konst. und ein Kurbelradius r von 1,4 cm vorliegt.
Verwende die Maßstäbe $M_s = 1 \text{ cm} / 1 \text{ cm}$, $M_v = 3 \text{ mm} / 1 \text{ cm s}^{-1}$.
4. Ermittle die Drehpole und Momentanpole der Glieder 2, 3, 4, 5 und 6 gegenüber Gestell 0.
5. Bestimme das Übersetzungsverhältnis der Abtriebsschwingen 3, 5 und 7 bez. Antriebskurbel 1, genannt i_{31} , i_{51} und i_{71} .
Zeichne die Richtungen der Winkelgeschwindigkeiten ω_{30} , ω_{50} und ω_{70} in den Lageplan ein.
6. Parallel zur Feder in D soll noch ein Dämpfer angebracht werden. Bestimme die Geschwindigkeit $v_{\text{Dämpf}}$ in D in Dämpferrichtung, die zur Berechnung der Dämpferkraft benötigt wird.
Ergibt sich aus der Geschwindigkeit eine Dämpfer-Zugkraft oder eine Dämpfer-Druckkraft?
7. Siehe Rückseite!

$\hat{v}_A = 42 \text{ mm}$	$v_A = 14 \text{ cm/s}$
$\hat{v}_B = 18 \text{ mm}$	$v_B = 6 \text{ cm/s}$
$\hat{v}_E = 3,5 \text{ mm}$	$v_E = 1,2 \text{ cm/s}$
$\hat{v}_F = 14,5 \text{ mm}$	$v_F = 4,8 \text{ cm/s}$
$\omega_{30} = 0,86 \text{ rad/s}$	$i_{31} = 0,086$
$\omega_{50} = 0,16 \text{ rad/s}$	$i_{51} = 0,015$
$\omega_{70} = 0,6 \text{ rad/s}$	$i_{71} = 0,06$
$\hat{v}_{\text{Dämpf}} = 12 \text{ mm}$	$v_{\text{Dämpf}} = 4 \text{ cm/s}$
Zugkraft	

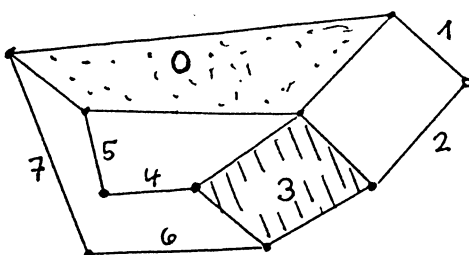
$$\omega_{30} = \frac{v_B}{C_0 B} = \frac{6}{7} = 0,86 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{50} = \frac{v_E}{E_0 E} = \frac{1,2}{8} = 0,15 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{70} = \frac{v_F}{F_0 F} = \frac{4,8}{8} = 0,6 \text{ rad/s}$$



1. Kette



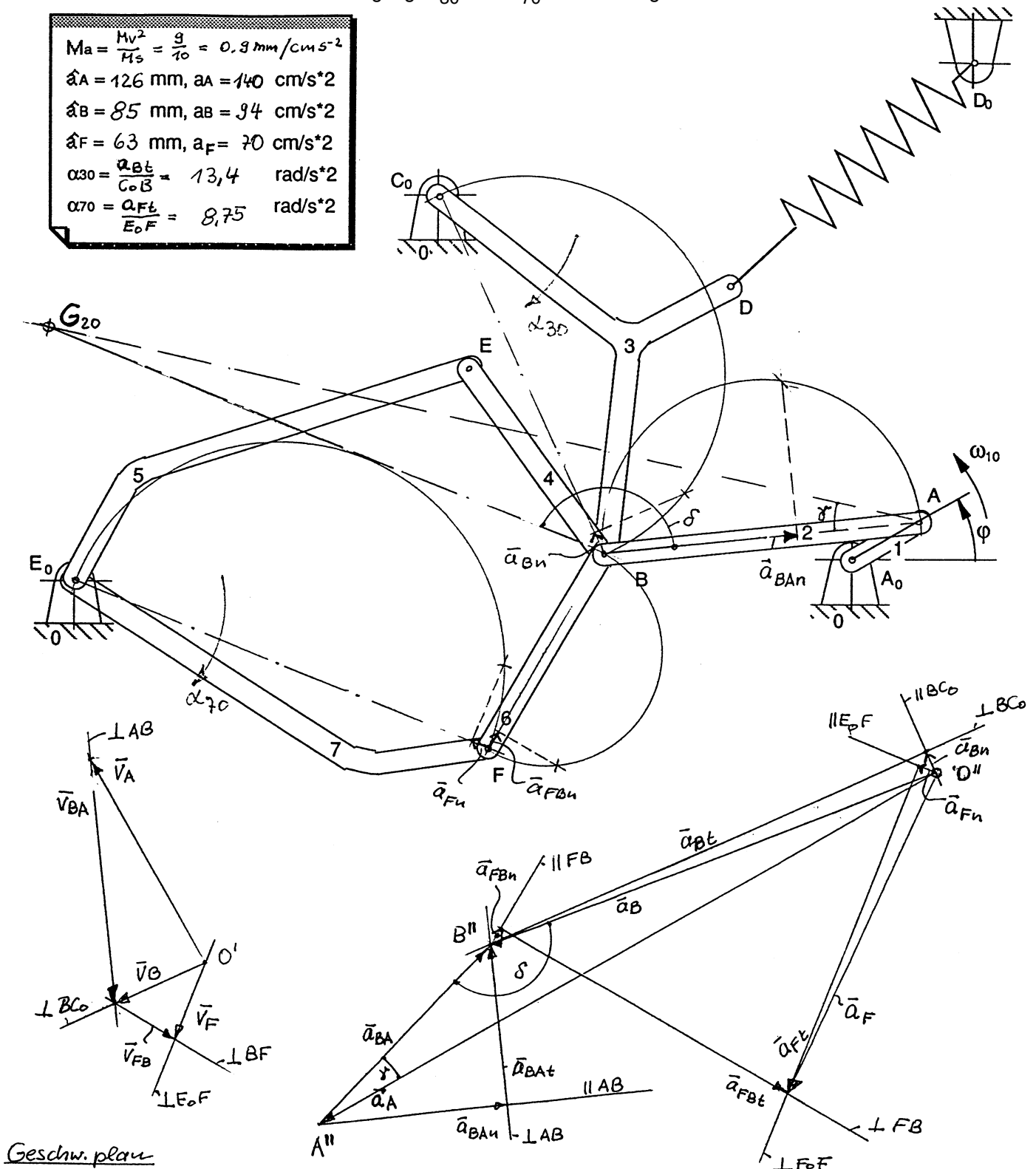
2. Laufgrad: $n = 8$, $g = 10$; $\sum f_i = 10$;
(3 x Doppelgelenke)

$$F = 3(n - g - 1) + \sum f_i = 3(8 - 10 - 1) + 10 = 1$$

Forts. Aufgabe 3.14

7. Bestimme die Beschleunigung der Punkte A, B und F mit Hilfe der bereits ermittelten Geschwindigkeiten und zeichne den Beschleunigungsplan. Gebe die **Vektorgleichungen** an.
8. Konstruiere aus dem Beschleunigungsplan den Beschleunigungspol G_{20} .
9. Berechne die Winkelbeschleunigung α_{30} und α_{70} der Schwingen 3 und 7.

$$\begin{aligned}
 Ma &= \frac{Mv^2}{Ms} = \frac{g}{10} = 0,9 \text{ mm/cm s}^{-2} \\
 \hat{a}_A &= 126 \text{ mm}, a_A = 140 \text{ cm/s}^2 \\
 \hat{a}_B &= 85 \text{ mm}, a_B = 94 \text{ cm/s}^2 \\
 \hat{a}_F &= 63 \text{ mm}, a_F = 70 \text{ cm/s}^2 \\
 \alpha_{30} &= \frac{a_{Bt}}{C_{0B}} = 13,4 \text{ rad/s}^2 \\
 \alpha_{70} &= \frac{a_{Ft}}{E_{0F}} = 8,75 \text{ rad/s}^2
 \end{aligned}$$



Geschw. plan

Beschleunigungsplan

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{Au}; \quad a_{Au} = \omega_{10}^2 r = 100 \cdot 1,4 = 140 \text{ cm/s}^2; \quad \hat{a}_A = 126 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}; & \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{BAu} + \vec{a}_{BA_t} = \vec{a}_{Bu} + \vec{a}_{Bt} \\
 \vec{v}_F &= \vec{v}_B + \vec{v}_{FB}; & \vec{a}_F &= \vec{a}_B + \vec{a}_{FBu} + \vec{a}_{FB_t} = \vec{a}_{Fu} + \vec{a}_{Ft}
 \end{aligned}$$

$$\Delta ABG_{20} \sim \Delta A''B''O''$$

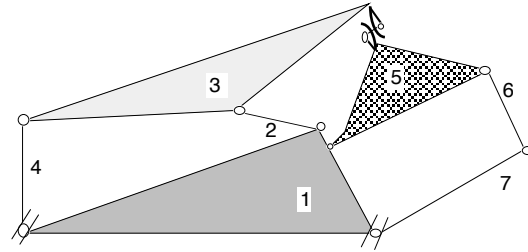
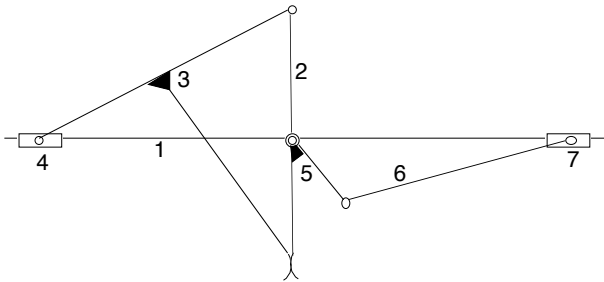
Aufgabe 3.15: Das abgebildete ebene **Doppelschieber**-Getriebe ist kinematisch zu untersuchen.

Geg.: Längen $A_0A = 2.5 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, $A_0D = 2 \text{ cm}$, $DE = 7.5 \text{ cm}$, $\angle DA_0E = 45^\circ$, $\omega_{21} = 10 \text{ rad/s} = \text{konst.}$

$M_S = 1 \text{ mm} / 1 \text{ mm}$, $M_V = 1 \text{ mm} / 1 \text{ cm s}^{-1}$

1. Getriebeschema

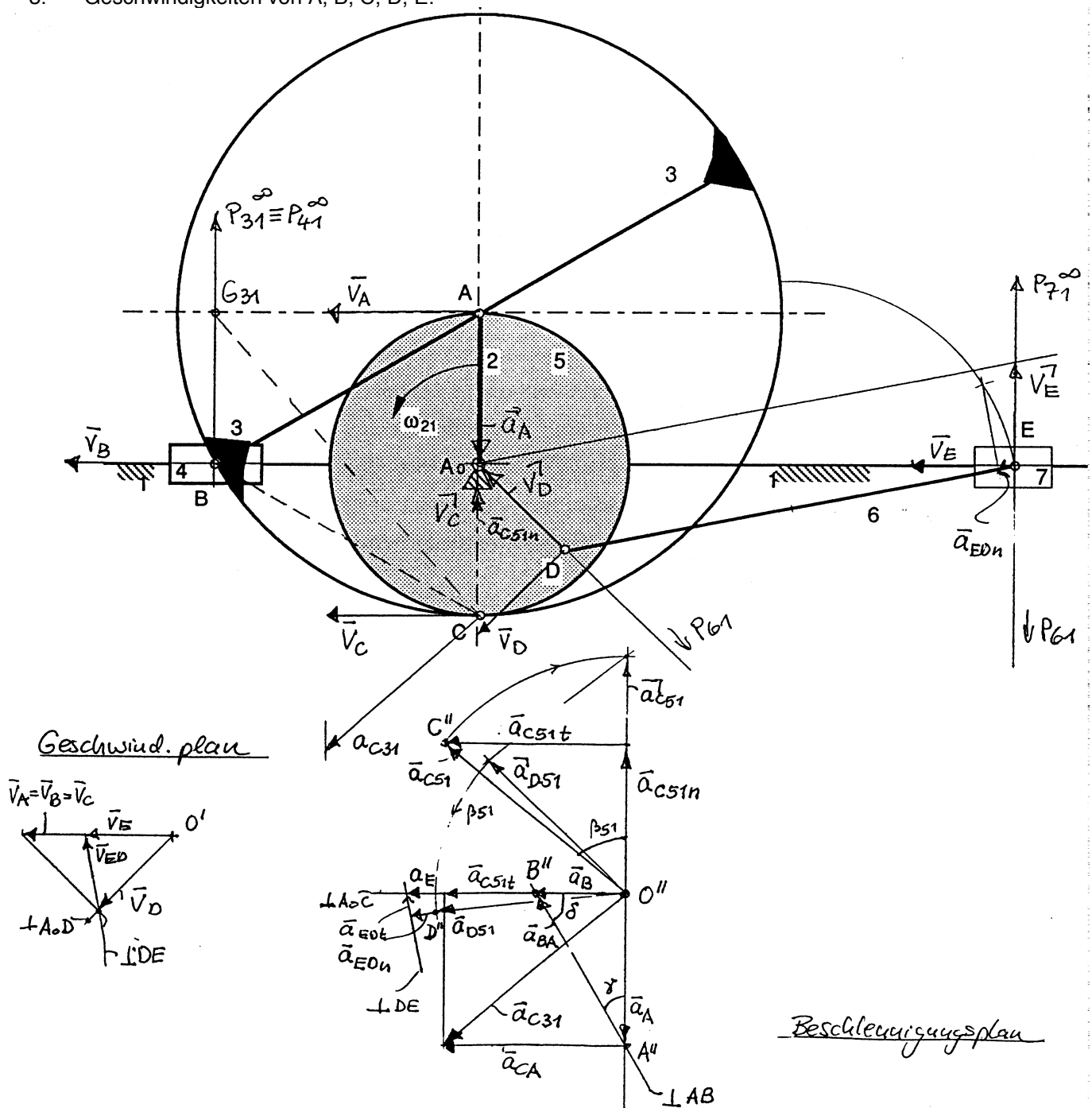
Getriebekette (Schubglieder und Wälz Gelenk ($f_i=2$) als Drehgelenke)



2. Laufgrad: $n = 7$, $g = 9$, $\sum f_i = 8 \cdot 1 + 2 = 10$,

$F = 3(n - g - 1) + \sum f_i = 3(7 - 9 - 1) + 10 = 1$: Zwangslauf mit einem Antrieb

3. Geschwindigkeiten von A, B, C, D, E:



Konstruktion von 3.

- a) $\vec{v}_A \perp A_0A$, $v_A = (AA_0) \omega_{21} = 2.5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 25 \text{ cm/s}$ --> $\hat{v}_A = 25 \text{ mm}$
- b) $\vec{v}_B \parallel$ Schubrichtung, $\underline{v_B = v_A = v_C = 25 \text{ cm/s}}$, da $\vec{v}_A \parallel \vec{v}_B \parallel \vec{v}_C \parallel$ zur Schubrichtung Glied 4;
 Pol P_{31} liegt auf Strahl durch AA_0 und \perp Schubrichtung --> P_{31} liegt im ∞ ,
 --> Glied 3 erfährt momentan reine Translation
- c) $\vec{v}_{C31} = \vec{v}_{C51}$; \vec{v}_D aus \vec{v}_C : Beide schneiden sich in A_0 : --> $\hat{v}_D = 20 \text{ mm}$; $\underline{v_D = 20 \text{ cm/s}}$
- d) \vec{v}_E aus \vec{v}_D und \parallel zu DE scheidet Lot auf Schubrichtung Glied 7; --> $\hat{v}_E = 17 \text{ mm}$; $\underline{v_E = 17 \text{ cm/s}}$
 Pol P_{61} liegt auf Strahl durch DA_0 und \perp Schubrichtung Glied 7
- e) Geschwindigkeitsplan

4. Beschleunigungen von A, B, C, D, E:

- a) Maßstab $M_a = M_v^2 / M_s = 1 \text{ mm} / 10 \text{ cms}^{-2}$
- b) $\vec{a}_A = \vec{a}_{An}$ da $\vec{a}_{At} = 0$ und $a_{An} = v_A^2 / (AA_0) = 25^2 \text{ cm}^2\text{s}^{-2} / 2.5 \text{ cm} = 250 \text{ cm/s}^2$; --> $\hat{a}_A = 25 \text{ mm}$
 oder a_{An} mittels Kathetensatz (Grenzfall $\hat{v}_A = \hat{a}$), $\underline{a_A = 250 \text{ cm/s}^2}$
- c) $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$ --> $\vec{a}_{Bt} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA_t} + \vec{a}_{BA_n}$:
 mit a_{BA_n} aus v_{BA} : Aus Geschwindigkeitsplan $v_{BA} = 0$ --> $a_{BA_n} = 0$
 mit $a_{BA_t} \perp AB$: Konstruktion im Beschleunigungsplan: --> $\hat{a}_B = 15 \text{ mm}$; $\underline{a_B = 150 \text{ cm/s}^2}$
- d) \vec{a}_C des Gliedes 3 gegenüber 1 aus Beschleunigungsplan und Ähnlichkeit der Dreiecke:
 $\Delta ABC \approx \Delta A''B''C''$ --> $\hat{a}_C = 40 \text{ mm}$; $\underline{a_C = a_{C31} = 400 \text{ cm/s}^2}$
- e) \vec{a}_C des Gliedes 5 gegenüber 1: $\vec{a}_{C51} = \vec{a}_{Cn51} + \vec{a}_{Ct51}$
 mit \vec{a}_{Ct51} aus Projektion von \vec{a}_{C31} auf Bahntangente in C: --> $\hat{a}_{Ct51} = 30 \text{ mm}$; $a_{Ct51} = 300 \text{ cm/s}^2$
 mit \vec{a}_{Cn51} aus Kathetensatz: --> $\hat{a}_{Cn51} = 25 \text{ mm}$ --> $a_{Cn51} = 250 \text{ cm/s}^2$;
 --> $\hat{a}_{C51} = 40 \text{ mm}$; $a_{C51} = 400 \text{ cm/s}^2$, siehe Beschleunigungsplan.
- f) \vec{a}_D des Gliedes 5 gegenüber 1 aus um β_{51} gedrehte Beschleunigung \vec{a}_{C51} oder aus Ähnlichkeit der Dreiecke
 $\Delta A_0CD \approx \Delta O''C''D''$, siehe Beschleunigungsplan --> $\hat{a}_D = 32 \text{ mm}$; $\underline{a_D = 320 \text{ cm/s}^2}$
- g) $\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{ED}$ --> $\vec{a}_{Et} = \vec{a}_D + \vec{a}_{ED_t} + \vec{a}_{ED_n}$:
 mit a_{ED_n} aus v_{DE} und Kathetensatz --> $\hat{a}_{ED_n} = 3 \text{ mm}$; $a_{ED_n} = 30 \text{ cm/s}^2$.
 mit $a_{ED_t} \perp DE$: Konstruktion im Beschleunigungsplan: --> $\hat{a}_E = 36 \text{ mm}$; $\underline{a_E = 360 \text{ cm/s}^2}$

5. Beschleunigungspol aus Beschleunigungsplan: --> $\underline{\Delta G_{31}BA \approx \Delta O''B''A''}$

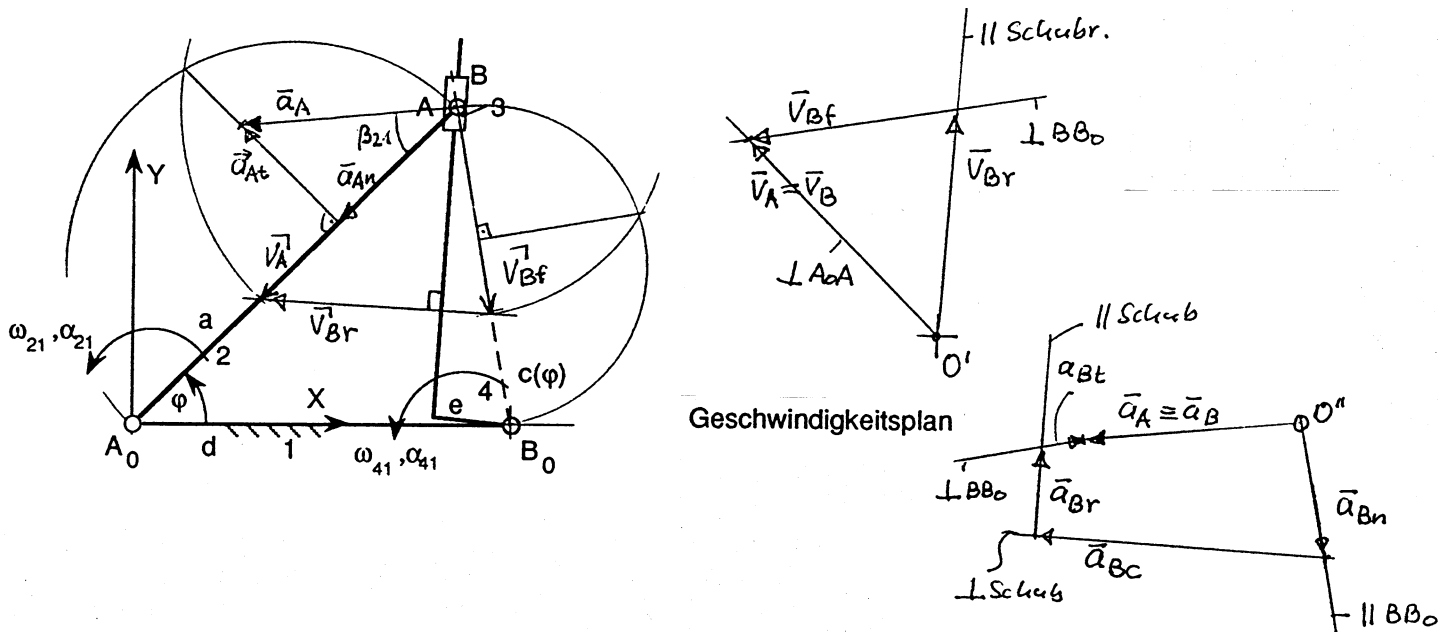
6. Winkelgeschwindigkeit von 5 gegenüber 1: $\underline{\omega_{51} = v_C / (CA_0) = 25 \text{ cms}^{-1} / 2.5 \text{ cm} = 10 \text{ rad/s}}$
 Winkelbeschleunigung von 5 gegenüber 1: $\underline{\alpha_{51} = a_{Ct51} / (CA_0) = 300 \text{ cms}^{-2} / 2.5 \text{ cm} = 120 \text{ rad/s}^2}$

Aufgabe 3.16: Exzentrische Kurbelschleife (graphische Lösung)

Geg.: Kurbelschleife mit Längen $a = 60 \text{ cm}$, $d = 50 \text{ cm}$, $e = 10 \text{ cm}$, Winkel $\varphi = 45^\circ$,

Winkelgeschwindigkeit $\omega_{21} = 6 \text{ rad/s}$, Winkelbeschleunigung $\alpha_{21} = 30 \text{ rad/s}^2$,

Maßstäbe $M_s = 1 \text{ mm} / 1 \text{ cm} = 100 \text{ mm} / 1 \text{ m}$, $M_v = 10 \text{ mm} / 1 \text{ ms}^{-1}$



- a) A ist ein körperfester Punkt der Kurbel (Glied 2) und des Gleitsteins (Glied 3):
 $\vec{v}_A \perp A_0A$, $\underline{v_A = r \omega_{21} = 0.6 \cdot 6 = 3.6 \text{ m/s}}$, $\rightarrow \hat{v}_A = 36 \text{ mm}$
- b) B ist ein beweglicher Punkt der Schwinde. Zum betrachtenden Zeitpunkt ist $A \equiv B \rightarrow \vec{v}_A \equiv \vec{v}_B$
 $\vec{v}_A \equiv \vec{v}_B = \vec{v}_{Bf} + \vec{v}_{Br}$ mit Hilfe der gedrehten Geschwindigkeiten.
 $\vec{v}_{Bf} \perp BB_0$, $\vec{v}_{Br} \parallel \text{Schubrichtung}$.
 $\hat{v}_{Bf} = 27 \text{ mm} \rightarrow \underline{v_{Bf} = 27 / 10 = 2.7 \text{ m/s}}$; $\hat{v}_{Br} = 30 \text{ mm} \rightarrow \underline{v_{Br} = 3.0 \text{ m/s}}$
- c) Winkelgeschwindigkeit der Schwinde: $\underline{\omega_{41} = v_{Bf} / BB_0 = 2.7 / 0.43 = 6.28 \text{ rad/s}}$, D.S. ($+\omega_{21}$)
- d) Beschleunigungsmaßstab: $M_a = M_v^2 / M_s = 1 \text{ mm} / 1 \text{ ms}^{-2}$
- e) Beschleunigung von A: $\vec{a}_A = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}$:
 a_{An} mit Kathetensatz $\hat{a}_{An} = 22 \text{ mm}$, $a_{An} = 22 \text{ m/s}^2$
 $a_{At} = r \alpha_{21} = 0.6 \cdot 30 = 18 \text{ m/s}^2$, $\hat{a}_{At} = 18 \text{ mm}$,
 Zusammenfassung liefert \vec{a}_A : $\hat{a}_A = 28.5 \text{ mm} \rightarrow \underline{a_A = 28.5 \text{ m/s}^2}$; $\underline{\beta_{21} = 41^\circ}$
- f) Beschleunigung von B ist $\vec{a}_A \equiv \vec{a}_B = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt} + \vec{a}_{Bc} + \vec{a}_{Br}$
 a_{Bn} mit v_{Bf} und Kathetensatz $\hat{a}_{Bn} = 18 \text{ mm}$, $a_{Bn} = 18 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Bn} \parallel \text{von B nach } B_0$
 $\vec{a}_{Bt} \perp BB_0$, nur Richtung bekannt,
 $\vec{a}_{Bc} \perp \text{Schubrichtung}$, $a_{Bc} = 2 \omega_{41} v_{Br} = 2 \cdot 6.28 \cdot 3 = \underline{a_{Bc} = 37.7 \text{ m/s}^2} \rightarrow \hat{a}_{Bc} = 38 \text{ mm}$,
 $\vec{a}_{Br} \parallel \text{Schubrichtung}$.
 Aus Beschleunigungsplan folgt: $\hat{a}_{Bt} = 6 \text{ mm}$, $\underline{a_{Bt} = 6 \text{ m/s}^2}$
 $\hat{a}_{Br} = 12 \text{ mm}$, $\underline{a_{Br} = 12 \text{ m/s}^2}$
- g) Winkelbeschleunigung der Schwinde: $\alpha_{41} = a_{Bt} / BB_0 = 6 / 0.43 = 14 \text{ rad/s}^2$; D.S. ($-\omega_{21}$)

Aufgabe 3.17: Die in natürlicher Größe gezeichnete **Kurvenscheibe 2** dreht sich gegenüber Gestell 1 mit der Drehzahl $n = 95.493 \text{ U/min} = \text{konst. entgegen Uhrzeigersinn und bewegt so den Stößel 3}$.

Daten: $r_1 = 40 \text{ mm}$, $r_2 = 32 \text{ mm}$, Rollen $\varnothing = 8 \text{ mm}$, $A_0C = 30 \text{ mm}$.

Drehzahl $\omega = \pi n / 30 = \pi 95.5 / 30 = 10 \text{ rad/s}$

Maßstäbe $M_s = 1 \text{ cm} / 1 \text{ cm}$, $M_v = 1 \text{ cm} / (1 \text{ cm } 10 \text{ s}^{-1}) = 1 \text{ cm} / 10 \text{ cms}^{-1}$, $M_a = M_v^2 / M_s = 1 \text{ cm} / 100 \text{ cms}^{-2}$

a) - d) Geschwindigkeit von B des Stößels 3 ist \vec{v}_{B31} , \parallel Schubrichtung.

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32} = \vec{v}_{Bf} + \vec{v}_{Br}$$

mit $\vec{v}_{B21} = \vec{v}_{Bf} = \text{Geschwindigkeit der Scheibe im Punkt B}$, $\vec{v}_{Bf} \perp A_0B$, $v_{Bf} = \omega A_0B$,

mit $\vec{v}_{B32} = \vec{v}_{Br} = \text{Relativgeschwindigkeit der Scheibe gegenüber Stößel}$, $\vec{v}_{Br} \parallel \text{Bahn}$,

siehe Geschwindigkeitsplan: $v_{Bf} = \omega A_0B = 10 A_0B$, $\rightarrow \hat{v}_{Bf} = A_0B$

I) $\hat{v}_{B31} = 0 \text{ cm} \rightarrow \underline{\underline{v_{B31} = 0 \text{ cm/s}}}$ $\hat{v}_{Br} = 4 \text{ cm} \rightarrow v_{Br} = 40 \text{ cm/s}$ $\hat{v}_{Bf} = 4 \text{ cm} \rightarrow v_{Bf} = 40 \text{ cm/s}$

II) $\hat{v}_{B31} = 2.7 \text{ cm} \rightarrow \underline{\underline{v_{B31} = 27 \text{ cm/s}}}$ $\hat{v}_{Br} = 5.3 \text{ cm} \rightarrow v_{Br} = 53 \text{ cm/s}$ $\hat{v}_{Bf} = 4.6 \text{ cm} \rightarrow v_{Bf} = 46 \text{ cm/s}$

III=IV) $\hat{v}_{B31} = 3.6 \text{ cm} \rightarrow \underline{\underline{v_{B31} = 36 \text{ cm/s}}}$ $\hat{v}_{Br} = 6.1 \text{ cm} \rightarrow v_{Br} = 61 \text{ cm/s}$ $\hat{v}_{Bf} = 4.9 \text{ cm} \rightarrow v_{Bf} = 49 \text{ cm/s}$

Beschleunigung von B des Stößels 3 ist \vec{a}_{B31} , \parallel Schubrichtung.

$$\vec{a}_{B31} = \vec{a}_{B21} + \vec{a}_{B32} + \vec{a}_{B32c} = \vec{a}_{Bf} + \vec{a}_{Brn} + \vec{a}_{Brt} + \vec{a}_{Bc}$$

mit $\vec{a}_{B21} = \vec{a}_{Bf} = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt} = \text{Beschl. der Scheibe in B}$, $\vec{a}_{Bt} \perp A_0B$, $\vec{a}_{Bn} \parallel A_0B$, $a_{Bn} = \omega^2 A_0B$,

mit $\vec{a}_{B32} = \vec{a}_{Br} = \vec{a}_{Brn} + \vec{a}_{Brt} = \text{Relativbeschl. 3 bez. 2}$, $\vec{a}_{Brt} \parallel \text{Bahn}$, $\vec{a}_{Brn} \perp \text{Bahn}$, $a_{Brn} = v_{Br}^2 / r_2$,

mit $\vec{a}_{B32c} = \vec{a}_{Bc} = \text{Coriolisbeschl. von B infolge } \vec{v}_{Br} \text{ und } \omega$, $\vec{a}_{Bc} \perp \text{Bahn nach außen}$, $a_{Bc} = 2 \omega v_{Br}$

siehe Tabelle der Beschleunigungen und Beschleunigungsplan:

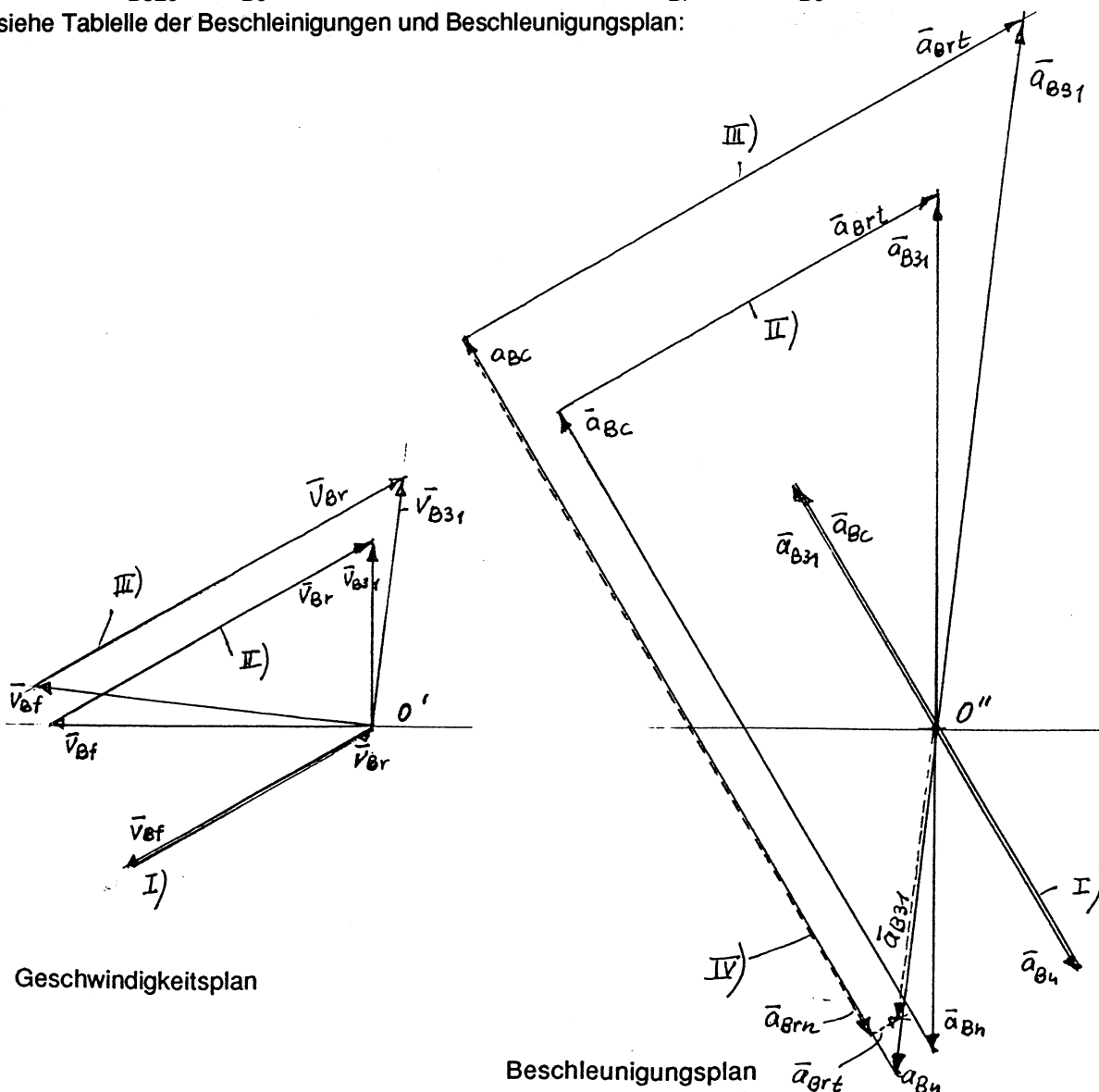
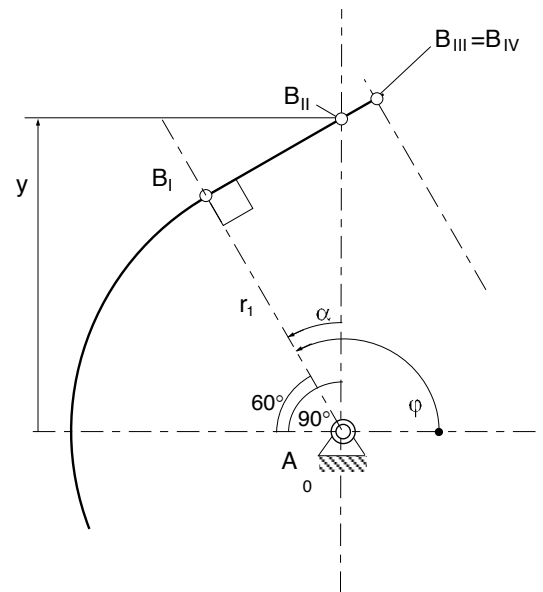


Tabelle der Beschleunigungen

Fall	$a_{Bn} \text{ cms}^{-2}$	$\hat{a}_{Bn} \text{ cm}$	$a_{Brn} \text{ cms}^{-2}$	$\hat{a}_{Brn} \text{ cm}$	$a_{Bc} \text{ cms}^{-2}$	$\hat{a}_{Bc} \text{ cm}$	$\hat{a}_{B31} \text{ cm}$	$a_{B31} \text{ cms}^{-2}$
<i>I</i>	100·4 =400	4	0	0	2·10·40 =800	8	4	400
<i>II</i>	100·4.6 =460	4.6	0	0	2·10·53 =1060	10.6	7.7	770
<i>III</i>	100·4.9 =490	4.9	0	0	2·10·61 =1220	12.2	10.2	1020
<i>IV</i>	100·4.9 =490	4.9	61 ² /3.2 =1163	11.6	2·10·61 =1220	12.2	4.3	−430

e) $\varphi = 90^\circ + \alpha,$

$$\varphi = 90^\circ \rightarrow \alpha = 0^\circ,$$
$$\varphi = 120^\circ \rightarrow \alpha = 30^\circ,$$
$$\dot{\alpha} = \dot{\phi} = \omega, \quad \ddot{\phi} = \ddot{\alpha} = 0,$$
$$y(\alpha) = r_1 / \cos \alpha,$$
$$\dot{y}(\alpha, \omega) = v_{B31} = -r_1 \dot{\alpha} (-\sin \alpha) / \cos^2 \alpha$$
$$= r_1 \omega \sin \alpha / \cos^2 \alpha$$
$$\ddot{y}(\alpha, \omega) = a_{B31}$$
$$= r_1 \dot{\alpha}^2 (\cos \alpha \cos^2 \alpha - (2 \cos \alpha (-\sin \alpha) \sin \alpha) / \cos^4 \alpha$$
$$= r_1 \omega^2 (\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha) / \cos^3 \alpha$$


f) Ergebnisse:

$$I) \quad \varphi = 90^\circ: \quad \alpha = 0^\circ, \quad v_{B31} = 0.0 \text{ cm/s}, \quad a_{B31} = 400 \text{ cm/s}^2,$$
$$II) \quad \varphi = 120^\circ: \quad \alpha = 30^\circ, \quad v_{B31} = 26.67 \text{ cm/s}, \quad a_{B31} = 769.8 \text{ cm/s}^2,$$

Aufgabe 3.18: Der sechs-gliedrige Mechanismus hat 3 Schubglenke: Glied 4 mit 1, Glied 5 mit 6 und Glied 6 mit 1. Alle übrigen Gelenke sind Drehgelenke.

Geschwindigkeiten:
 v_A senkrecht zu Polstrahl $P_{12} - P_{23}$
 v_B senkrecht zu Polstrahl $P_{41\infty} - P_{34}$
 v_C senkrecht zu Polstrahl $P_{31} - P_{53}$
 $v_G = v_F = v_E = v_C$ und senkrecht zu Polstrahl $P_{31} - P_{53}$
 v_D senkrecht zu Polstrahl $P_{61\infty} - P_{56\infty}$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_{DC} + \vec{v}_C \quad \text{mit } \vec{v}_{DC} \text{ parallel zum Schubglied 56}$$

Pol $P_{41\infty}$ senkrecht zur Schubrichtung Glied 4 bez. 1.
 Pol $P_{61\infty}$ senkrecht zur Schubrichtung Glied 6 bez. 1.
 Pol P_{31} aus Schnitt Polstrahl $P_{12} - P_{23}$ und Polstrahl $P_{41\infty} - P_{34}$
 Pol P_{51} aus Schnitt Polstrahl $P_{31} - P_{53}$ und Polstrahl $P_{61\infty} - P_{56\infty}$.

Wo schneidet sich aber $P_{61\infty} - P_{56\infty}$: ebenfalls im ∞ :

Somit schneides sich Polstrahl $P_{31} - P_{53}$ und Polstrahl $P_{61\infty} - P_{56\infty}$ auch im ∞ und damit $P_{51\infty}$ auf Polstrahl $P_{31} - P_{53}$ im Unendlichen.

Körper 5 bez. 1 führt eine Translation senkrecht zu Polstrahl $P_{31} - P_{53}$ aus.!

