

TECHNISCHE MECHANIK

Prof. Dr.-Ing. Oskar Wallrapp



**Fachhochschule München
Fachbereich 06 - Feinwerk- und Mikrotechnik**

Das vorliegende Manuskript wurde als Hilfsmittel für die Vorlesung Technische Mechanik erstellt.

Eine – auch auszugsweise – Wiedergabe oder Veröffentlichung bedarf der Genehmigung des Verfassers.

All copyrights are preserved.

Das Manuskript können Sie herunterladen unter
http://www.fh-muenchen.de/fb06/professoren/wallrapp/d_wallrapp_o.html

München, März 2004

Prof. Dr. O. Wallrapp

Inhaltsverzeichnis

Seitenangaben kapitelweise

Kap

1	Statik starrer Körper – Stereostatik	1.xx
1.1	Einführung in die Technische Mechanik	1
1.1.1	Was bedeutet Technische Mechanik?	1
1.1.2	Beispiele mechanischer Systeme	2
1.1.3	Wofür wendet der Ingenieur die Technische Mechanik an?	6
1.1.4	Welche Lösungsmethoden müssen wir einsetzen?	7
1.1.5	Computerprogramme zur Analyse mechanischer Systeme	10
1.2	Kraft und Schnittprinzip	11
1.2.1	Lageplan, Freikörper-Bild	11
1.2.2	Definition Kraft, Kraft am starren Körper	13
1.2.3	Einteilung von Kräften	14
1.3	Axiome der Statik	15
1.3.1	Axiom 1: Linienflüchtigkeit einer Kraft	15
1.3.2	Axiom 2: Gleichgewicht am starren Körper	15
1.3.3	Axiom 3: Kräfteparallelogramm	16
1.3.4	Axiom 4: Addition/Subtraktion von Gleichgewichtsgruppen	16
1.3.5	Axiom 5: Befreiungsprinzip von Lagrange	17
1.3.6	Axiom 6: Reaktionsprinzip (Newton)	17
1.3.7	Axiom 7: Reaktionsprinzip zweier glatter Körper	18
1.3.8	Axiom 8: Erstarrungsprinzip	18
1.3.9	Axiom 9: System von Körpern	18
1.4	Gleichgewicht eines zentralen Kräftesystems	19
1.4.1	Resultierende eines zentralen Kräftesystems	19
1.4.2	Gleichgewicht eines zentralen Kräftesystems	20
1.5	Kräftepaar und Moment	21
1.5.1	Kräftepaar	21
1.5.2	Das Moment	22
1.5.3	Das Moment einer Kraft bezüglich Punkt P	23
1.6	Gleichgewicht von Kräften und Momenten an einem Körper	25
1.6.1	Erweitertes Äquivalenzprinzip	25
1.6.2	Allgemeines Gleichgewichtsaxiom	25
1.7	Lager und Freiheitsgrade starrer Körper	27
1.7.1	Definitionen	27
1.7.2	Lagerungen in der Ebene ($b=3$)	28
1.7.3	Ebene Lager mit Reibung	30
1.7.4	Räumliche Lager	32
1.7.5	Freiheitsgrade des starren Körpers mit Lagerungen	33
1.7.6	Beispiel Abstützung der Motorhaube	35

1.8 Gleichgewicht von Mehrkörpersystemen.....	37
1.9 Innere Kräfte und Momente in Bauteilen.....	39
1.9.1 Gestreckte Seile - Zug.....	40
1.9.2 Gerade Stäbe - Zug/Druck.....	40
1.9.3 Gerade Stäbe - Torsion.....	40
1.9.4 Gerader Balken in der Ebene mit diskreten Lasten.....	41
1.9.5 Gerader Balken in der Ebene mit Streckenlasten.....	44
1.9.6 Feldgleichungen der Biegung gerader Balken in der Ebene.....	46
1.9.7 Superpositionsprinzip.....	49
2 Statik elastischer Körper – Festigkeitslehre.....	2.xx
2.1 Einleitung zur Elastostatik - Festigkeitslehre.....	1
2.1.1 Grundlegende Aufgaben des Elastostatik.....	2
2.1.2 Modellannahmen.....	3
2.1.3 Technisch wichtige Beanspruchungen von Bauteilen.....	4
2.2 Definition der Spannung.....	6
2.2.1 Beispiel zur Normalspannung.....	8
2.2.2 Beispiel zur Schubspannung / Scherspannung.....	9
2.3 Definition des Verzerrungszustandes.....	10
2.3.1 Beispiel zur Dehnung.....	12
2.4 Materialverhalten - Materialgesetze.....	13
2.4.1 Der Zugversuch.....	13
2.4.2 Elastizitätsmodul E und Hooke'sches Gesetz.....	14
2.4.3 Schubmodul G.....	15
2.4.4 Wärmedehnung und Wärmespannungen.....	16
2.5 Festigkeitsnachweis, zulässige Spannungen.....	17
2.5.1 Belastungsarten und deren Faktoren.....	17
2.5.2 Zulässige Spannungen.....	18
2.6 Dehnung des geraden Stabes.....	20
2.6.1 Gleichung der Dehnung und Verschiebung.....	20
2.6.2 Federmodell des Zug/Druck-Stabes.....	21
2.7 Biegung des geraden schubstarren Balkens.....	22
2.7.1 Modellannahmen - Bernoulli-Hypothese.....	22
2.7.2 Dehnung und Biegespannung.....	23
2.7.3 Biegelinie des geraden Balkens.....	27
2.7.4 Federmodell des Biegebalkens.....	30
2.8 Flächengeometrie.....	32
2.8.1 Fläche, Flächenschwerpunkt, Flächenmomente 1. und 2. Ordnung.....	32
2.8.2 Der Satz von Steiner.....	34
2.8.3 Zusammengesetzte Flächen.....	35

2.9 Weitere Themen der Balkentheorie.....	36
2.9.1 Superposition von Dehnung und Biegung.....	36
2.9.2 Torsion von kreisrunden Stäben.....	37
3 Kinetik und Kinetik starrer Körper	3.xx

ist noch in Arbeit

Rechenregeln

1. Allgemein:

Skalare beliebige Buchstaben einschließlich griechische Buchstaben, z.B. $a, b, P, x_j, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$

Indizes mit kleinen Buchstaben, z.B. i, j, k, l

Matrizen und Vektoren sind Felder mit Skalare. Ein Vektor ist die Spalte einer Matrix.

unabhängig vom speziellen Vektorraum und unabhängig von einer speziellen Basis

Vektoren sind Kleinbuchstaben, im Manuskript Fettdruck, z. B.

$$(1) \quad \mathbf{x} = (x_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (x_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

beim Handschreiben (an der Tafel) wird der Buchstabe unterstrichen z.B. $\underline{x} = (x_i)$,

Vektornorm (2) $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

Matrizen sind Großbuchstaben im Manuskript Fettdruck z.B.

$$(3) \quad \mathbf{M} = (M_{ij}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

beim Handschreiben (an der Tafel) wird der Buchstabe doppelt unterstrichen $\underline{\underline{M}} = (M_{ij})$.

2. "Physikalische Vektoren" im Raum \mathfrak{R}^2 oder \mathfrak{R}^3 nach Hamel

unabhängig von einer speziellen Basis

Vektoren mit Klein- oder Großbuchstaben, mit Pfeil oben, z.B.

$$\vec{v}, \vec{F}$$

Betrag oder Länge eines Vektors, z. B.

$$(4a) \quad v = |\vec{v}|; \quad F = |\vec{F}|;$$

Richtung eines Vektors, z. B. Richtungsvektor \vec{e}_v mit $|\vec{e}_v| = 1$:

$$(4b) \quad \vec{e}_v = \frac{\vec{v}}{v} \Rightarrow \vec{v} = v \vec{e}_v$$

3. Darstellung eines Vektors im Koordinatensystem

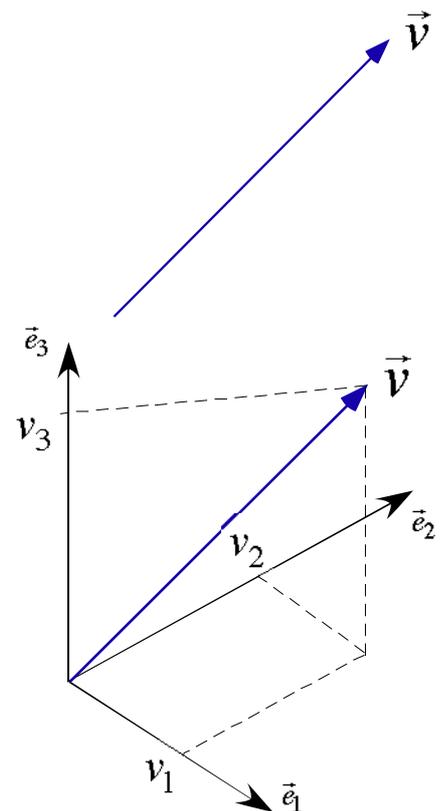
mit den Basisvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ (3D oder 2D),

wo $|\vec{e}_i| = 1$, z.B.

$$(5) \quad \vec{v} = \vec{e}_1 v_1 + \vec{e}_2 v_2 + \vec{e}_3 v_3 \equiv \vec{e}^T \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \vec{e}$$

$$\text{wo } \mathbf{v} = (v_i) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{e} = (\vec{e}_i) = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{pmatrix}$$

und v_1, v_2, v_3 sind die Koordinaten oder Komponenten des Vektors \vec{v} .

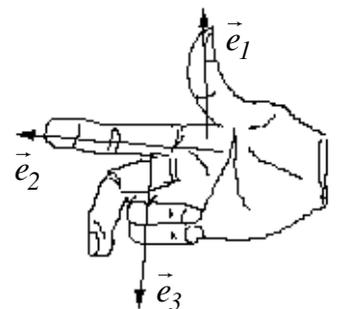


Speziell: **kartesisches Rechtshandsystem**

$$(6) \quad \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \vec{e} \cdot \vec{e}^T = \mathbf{E}$$

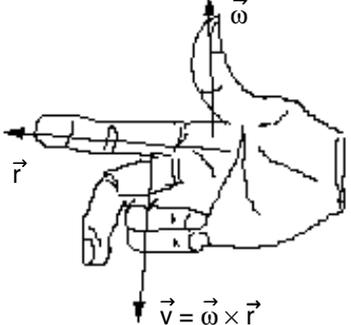
$$\text{also } \vec{e}_i \cdot \vec{e}_i = 1 \quad \text{und} \quad \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = 0, \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$(7) \quad \vec{e}_i \times \vec{e}_j = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_k \quad \text{bzw.} \quad \vec{e} \times \vec{e}^T = \begin{pmatrix} 0 & \vec{e}_3 & -\vec{e}_2 \\ -\vec{e}_3 & 0 & \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 & -\vec{e}_1 & 0 \end{pmatrix} = \tilde{\vec{e}}^T$$



wo \mathbf{E} die Einheitsmatrix, ε_{ijk} der Permutationstensor, \sim der Tilde-Operator für ε_{ijk}

4. Zuordnung Vektorrechnung und Matrizenrechnung

Vektor- (Tensor-) Rechnung	Matrizenrechnung mit den Komponenten bez. Basisrichtungen $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$
Vektor \vec{v}	$\mathbf{v} = (v_i) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3$
Betrag (Länge) $v = \vec{v} $	$v = \mathbf{v} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$
Addition $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$	$\mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_i) + (b_i) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
Subtraktion $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b} = -\vec{b} + \vec{a}$	$\mathbf{v} = \mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_i) - (b_i) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$
Produkt Skalar mit Vektor $\vec{v} = \lambda \vec{a} = \lambda a \vec{e}_a$	$\mathbf{v} = \lambda \mathbf{a} = (a_i) + (b_i) = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix} = \lambda a \begin{pmatrix} e_{v1} \\ e_{v2} \\ e_{v3} \end{pmatrix}$
Skalarprodukt $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ $= ab \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$	$\mu = \mathbf{a}^T \mathbf{b} = \mathbf{b}^T \mathbf{a} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
Kreuzprodukt $\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ $v = \vec{v} = ab \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$ Beachte: $\vec{a} \times \vec{a} = 0$	$\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{a}} \mathbf{b} = -\tilde{\mathbf{b}} \mathbf{a} \quad (\text{auch } \tilde{\mathbf{a}} \equiv \tilde{\mathbf{A}} \text{ m\u00f6glich})$ $= \begin{pmatrix} -a_3 b_2 + a_2 b_3 \\ +a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ -a_2 b_1 + a_1 b_2 \end{pmatrix} \quad \text{wo} \quad \tilde{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}$ $\tilde{\mathbf{a}} \mathbf{a} = \mathbf{0}, \quad \tilde{\mathbf{a}}^T = -\tilde{\mathbf{a}}$
Beispiel Kinematik $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ Beispiel Statik $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	 $\mathbf{v} = \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -\omega_z r_y + \omega_y r_z \\ +\omega_z r_x - \omega_x r_z \\ -\omega_y r_x + \omega_x r_y \end{pmatrix}$ $\text{aber } \tilde{\boldsymbol{\omega}} \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x \omega_y & \omega_x \omega_z \\ \cdot & -\omega_x^2 - \omega_z^2 & \omega_y \omega_z \\ \text{symm.} & \cdot & -\omega_x^2 - \omega_y^2 \end{pmatrix}$
Diadisches Produkt $\vec{I} = \vec{a} \circ \vec{b}$ = Tensor 2. Stufe	$\mathbf{I} = (I_{ij}) = \mathbf{a} \mathbf{b}^T, \quad \mathbf{I}^T = \mathbf{b} \mathbf{a}^T$ $= \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{pmatrix}$

5. Koordinatensystem, Ortsvektor und Drehmatrix

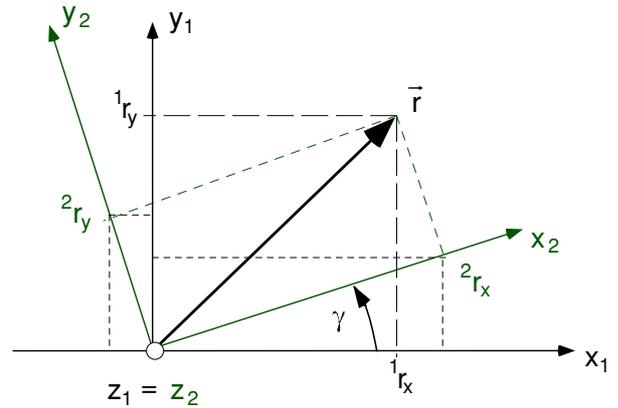
Koordinatensysteme: $K_1(x_1, y_1, z_1)$, $K_2(x_2, y_2, z_2)$:

Ortsvektor: $\vec{r} = \vec{e}_{x1}^1 r_x + \vec{e}_{y1}^1 r_y + \vec{e}_{z1}^1 r_z = \vec{e}_1^T \mathbf{r} \equiv \vec{e}_{x2}^2 r_x + \vec{e}_{y2}^2 r_y + \vec{e}_{z2}^2 r_z = \vec{e}_2^T \mathbf{r}$

Die Koordinaten oder Komponenten sind

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \text{ in } K_1$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \text{ in } K_2 \neq \mathbf{r}$$



Drehung zweier Koordinatensysteme

Betrag von \vec{r} : $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$

Transformation in der x-y-Ebene bei Drehung um z:

$$\begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}^{12}(\gamma) \mathbf{r}$$

\mathbf{A}^{12} ist **Dreh- oder Orientierungsmatrix** von Basis K_2 gegenüber K_1

Drehung um z-Achse mit Drehwinkel γ : $\mathbf{A}^{12}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ebenso $\vec{e}_1 = \mathbf{A}^{12} \vec{e}_2$

γ ist positiv, wenn man x_1 -Achse in Deckung mit x_2 -Achse bringt, also eine positive Drehung um z-Achse ausführt.

Eigenschaften: $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$, $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T = \mathbf{E}$, weil \mathbf{A} eine orthogonale Matrix

Umkehrung: $\vec{e}_2 = \mathbf{A}^{21} \vec{e}_1 = (\mathbf{A}^{12})^T \vec{e}_1$ oder $\mathbf{r} = (\mathbf{A}^{12})^T \mathbf{r}$

falls $\vec{e}_1 \equiv \vec{e}_2$: $\mathbf{A}^{12} = \mathbf{E}$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}$

Linearisierung von \mathbf{A}^{12} (kleine Drehwinkel $\gamma \ll 1$): $\cos \gamma \approx 1$, $\sin \gamma \approx \gamma$

$$\text{in x-y-Ebene mit Drehwinkel } \gamma: \mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformation im Raum, siehe z.B. (Roberson and Schwertassek 1988)

☞ Eine allgemeine Drehung kann durch drei Einzeldrehungen erzeugt werden:

a) Kardanwinkel mit den Drehkoordinaten $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\gamma(t)$ in der Drehfolge 1-2-3

Drehung der Basis K_1 gegenüber Basis K_2 mit 3 Elementardrehungen:

1. um x_1 - Achse mit Winkel α , -> neue Achsen y' , z' und x' bei $x' = x_1$
2. um y' - Achse mit Winkel β , -> neue Achsen x'' , z'' und y'' bei $y'' = y'$
3. um z'' - Achse mit Winkel γ . -> neue Achsen x_2 , y_2 und z_2 bei $z_2 = z''$

$$\text{Transformation } \bar{\mathbf{e}}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{\mathbf{e}}_2 \quad \text{wo } c \equiv \cos, s \equiv \sin$$

$$\bar{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{A}(\alpha) \quad \mathbf{A}(\beta) \quad \mathbf{A}(\gamma) \quad \bar{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{A}^{12} \bar{\mathbf{e}}_2$$

$$\text{mit der Drehmatrix } \mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta \\ c\alpha s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma & c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma & -s\alpha c\beta \\ s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta c\gamma & s\alpha c\gamma + c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha c\beta \end{pmatrix}$$

☞ **Linearisierung** von \mathbf{A}^{12} für kleine Drehwinkel α, β, γ : (Für \sim siehe Rechenregeln–Tilde-Operator)

$$\mathbf{A}^{12} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{E} + \tilde{\boldsymbol{\vartheta}} \quad \text{mit } \boldsymbol{\vartheta} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

b) Andere Drehbeschreibungen:

Kardanwinkel der Drehfolge z-y-x;

Eulerwinkel mit Drehfolge z-x-z;

Drehzeiger, Eulerparameter, Rodriguesparameter

6. Differentiation von Funktionen (Kettenregel):

$$\text{Funktion } a(\varphi(t)): \quad \frac{da}{dt} = \dot{a} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \dot{\varphi}$$

$$\text{Funktion } a(\varphi(t), \gamma(t)): \quad \frac{da}{dt} = \dot{a} = \frac{\partial a}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial a}{\partial \gamma} \dot{\gamma}$$

Häufig verwendete Buchstaben

Literatur

Die Vorlesung baut vorrangig auf das Buch (**Brommundt and Sachs 1988**) auf.

Weitere Nachschlagewerke zur Technischen Mechanik:

(Gabbert and Raecke 2003),

(Dankert and Dankert 2004),

(Budó 1967), (Schiehlen 1986), (Hamel 1949).

Zur Getriebetechnik

(Blaschke and Müller 1956; Kraus 1956; VDI-Berichte-12 1956; Dizioglu 1965; Dizioglu 1966; Dizioglu 1967; Wunderlich 1970; VDI-2120 1971; VDI-2156 1975; Paul 1979; Krämer 1984; Rankers 1984; VDI-2130 1984; Lohse 1986; Dittrich and Braune 1987; VDI-2127 1988; Dresig and I.I.Vul'fson 1989; Volmer 1989; Luck and Modler 1990; Erdman and Sandor 1991; Kraemer 1991; Sandor and Erdman 1991; Steinhilper, Hennerici et al. 1993; VDI-Berichte-1111 1994; VDI-Berichte-1281 1996; Hagedorn, Thonfeld et al. 1997; Kerle and Pittschellis 1998; Beyer 19953)

Zur Finite Elemente Methode und Mehrkörperdynamik

(Clough and Penzien 1975; Wittenburg 1977; Brebbia 1982; Zienkiewicz 1984; Kane and Levinson 1985; Bathe 1986; Adams 1987; Roberson and Schwertassek 1988; DeSalvo and Gorman 1989; Haug 1989; Link 1989; Shabana 1989; Meirovitch and Kwak 1990; Rulka 1990; Meirovitch 1991; Bremer and Pfeiffer 1992; Kortüm 1992; Kortüm and Sharp 1993; Wallrapp 1993; ABAQUS 1995; Schwertassek 1997; Wallrapp, Eichberger et al. 1997; Knothe and Wessels 1999; Schwertassek and Wallrapp 1999)

Zur Robotik

(VDI-2120 1971; Warnecke, Löhr et al. 1975; Paul 1979; Blume and Dillmann 1981; Desoyer, Kopacek et al. 1985; Freitag 1985; Volmer 1985; Paul 1986; McCloy and Harris 1989; VDI-2860 1990; Sandor and Erdman 1991; Schmidt 1992; KnowledgeRevolution 1999; KnowledgeRevolution 1999)

Die Referenzen selbst

ABAQUS (1995). User's Manual, Vol. I and Vol II. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.

Adams, L. R. (1987). Design, Development and Fabrication of a Deployable/Refractable Truss Beam Model for Large Space Structures Application, NASA.

Bathe, K. J. (1986). Finite-Elemente-Methoden. Berlin, Springer-Verlag.

Beyer, R. (19953). Kinematische Getriebesynthese. Berlin, Springer.

Blaschke, W. and H. R. Müller (1956). Ebene Kinematik. München, Oldenburg.

Blume, C. and R. Dillmann (1981). Frei programmierbare Manipulatoren. Würzburg, Vogel-Verlag.

Brebbia, C. A. (1982). Finite Element Systems, A Handbook. Berlin, Springer-Verlag.

Bremer, H. and F. Pfeiffer (1992). Elastische Mehrkörpersysteme. Stuttgart, B. G. Teubner.

Brommundt, E. and G. Sachs (1988). Technische Mechanik. Berlin, Springer-Verlag.

Budó, A. (1967). Theoretische Mechanik. Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Clough, R. W. and J. Penzien (1975). Dynamics of Structures. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd.

- Dankert, J. and H. Dankert (2004). Technische Mechanik, Teubner Stuttgart.
- DeSalvo, G. J. and G. J. Gorman (1989). ANSYS, Engineering Analysis Systems, User's Manual. Houston, PA, Swanson Analysis System Inc.
- Desoyer, K., P. Kopacek, et al. (1985). Industrieroboter und Handhabungsgeräte. München, Oldenbourg Verlag.
- Dittrich, G. and R. Braune (1987). Getriebetechnik in Beispielen. München, Oldenbourg Verlag.
- Dizioglu, B. (1965). Getriebelehre. Braunschweig, Vieweg&Sohn.
- Dizioglu, B. (1966). Getriebelehre. Braunschweig, Vieweg&Sohn.
- Dizioglu, B. (1967). Getriebelehre. Braunschweig, Vieweg&Sohn.
- Dresig, H. and I.I.Vul'fson (1989). Dynamik der Mechanismen. Wien, Springer-Verlag.
- Erdman, A. G. and G. N. Sandor (1991). Mechanism Design. Englewood Cliffs NJ, Prentice Hall.
- Freitag, R. (1985). Einführung in die Automatisierung der Montagetechnik in der Feinwerktechnik. VDI Berichte 556: Automatisierung der Montagetechnik in der Feinwerktechnik. Düsseldorf, VDI Verlag: 1-3.
- Gabbert, U. and I. Raecke (2003). Technische Mechanik, Fachbuchverlag Leipzig.
- Hagedorn, I., W. Thonfeld, et al. (1997). Konstruktive Getriebelehre (mit Programm SAM). Berlin, Springer.
- Hamel, G. (1949). Theoretische Mechanik. Berlin, Springer-Verlag.
- Haug, E. J. (1989). Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Volume I: Basic Methods. Boston, Allyn and Bacon.
- Kane, T. R. and D. A. Levinson (1985). Dynamics, Theory and Applications. New York, McGraw-Hill.
- Kerle, H. and R. Pittschellis (1998). Einführung in die Getriebelehre. Stuttgart, B.G. Teubner.
- Knothe, K. and H. Wessels (1999). Finite Elemente. Berlin, Springer-Verlag.
- KnowledgeRevolution (1999). WorkingModel2D, Version 5.0. San Mateo, Ca, Knowledge Revolution.
- KnowledgeRevolution (1999). WorkingModel3D, Version 3.0. San Mateo, Ca, Knowledge Revolution.
- Kortüm, W. (1992). Software zur Modellbildung und Simulation der Dynamik mechatronischer Systeme. VDI/VDE-GMA-Aussprachetag, Modellbildung für Regelung und Simulation, Langen, VDI-Berichte Nr. 925.
- Kortüm, W. and R. S. Sharp, Eds. (1993). Multibody Computer Codes in Vehicle System Dynamics. Lisse, Swets and Zeitlinger.
- Kraemer, O. (1991). Getriebelehre. Karlsruhe, G. Braun.
- Krämer, E. (1984). Maschinendynamik. Berlin, Springer.
- Kraus, R. (1956). Getriebelehre, Band III. Berlin, Verlag Technik.
- Link, M. (1989). Finite Elemente in der Statik und Dynamik. Stuttgart, B. G. Teubner.
- Lohse, P. (1986). Getriebesynthese. Berlin, Springer-Verlag.
- Luck, K. and K.-H. Modler (1990). Getriebetechnik. Wien, Springer-Verlag.
- McCloy, D. and D. M. J. Harris (1989). Robotertechnik. Weinheim, VCH Verlagsgesellschaft.
- Meirovitch, L. (1991). Dynamics and Control of Large Structures. Blacksburg, Virginia.
- Meirovitch, L. and M. K. Kwak (1990). On the Modeling of Flexible Multi-Body Systems by the Rayleigh-Ritz Method. AIAA Dynamics Specialists Conference, Long Beach, CA.
- Paul, B. (1979). Kinematics and Dynamics of Planar Machinery. Englewood Cliffs NJ, Prentice Hall.
- Paul, R. P. (1986). Robot Manipulators. Cambridge, MIT Press.

- Rankers, H. (1984). Synthesis of Mechanisms. NATO ASI Series, Vol. F9, Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical Systems. E. J. Haug. Berlin, Springer-Verlag: 421-498.
- Roberson, R. E. and R. Schwertassek (1988). Dynamics of Multibody Systems. Berlin, Springer-Verlag.
- Rulka, W. (1990). SIMPACK - A Computer Program for Simulations of Large-Motion Multibody Systems. Multibody System Handbook. W. Schiehlen. Berlin, Springer-Verlag: 265-284.
- Sandor, G. N. and A. G. Erdman (1991). Advanced Mechanism Design. Englewood Cliffs NJ, Prentice Hall.
- Schiehlen, W. (1986). Technische Dynamik. Stuttgart, B. G. Teubner.
- Schmidt, M. (1992). Konzeption und Einsatzplanung flexibler automatisierter Montagesysteme. Berlin, Springer-Verlag.
- Schwertassek, R. (1997). Dynamik von Mehrkörpersystemen – ein Teilgebiet der Computer-Mechanik. Festveranstaltung zum 65. Geburtstag von Prof. E. Brommundt.
- Schwertassek, R. and O. Wallrapp (1999). Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme. Braunschweig, Friedr. Vieweg Verlag.
- Shabana, A. A. (1989). Dynamics of Multibody Systems. New York, J. Wiley & Sons.
- Steinhilper, W., H. Hennerici, et al. (1993). Kinematische Grundlagen ebener Mechanismen und Getriebe. Würzburg, Vogel Fachbuch.
- VDI-2120 (1971). Vektorrechnung - Begriffsbestimmungen und Grundlagen. VDI-Richtlinien. Düsseldorf, VDI-Verlag.
- VDI-2127 (1988). Getriebetechnische Grundlagen - Begriffbestimmungen der Getriebe. VDI-Handbuch Getriebetechnik I & II. Düsseldorf, VDI-Verlag.
- VDI-2130 (1984). Getriebe für Hub- und Schwingbewegungen. VDI-Handbuch Getriebetechnik I. Düsseldorf, VDI-Verlag.
- VDI-2156 (1975). Einfache räumliche Kurbelgetriebe - Systematik und Begriffsbestimmungen. VDI-Handbuch Getriebetechnik I & II. Düsseldorf, VDI-Verlag.
- VDI-2860 (1990). Montage- und Handhabungstechnik; Handhabungsfunktionen, Handhabungseinrichtungen; Begriffe, Definitionen, Symbole. VDI-Richtlinien. Düsseldorf, VDI-Verlag.
- VDI-Berichte-12 (1956). Getriebetechnik. Getriebetechnik, VDI-Verlag.
- VDI-Berichte-1111 (1994). Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe, gesteuerte Antriebe. VDI-Getriebetagung, VDI Verlag Düsseldorf.
- VDI-Berichte-1281 (1996). Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe, gesteuerte Antriebe. VDI-Getriebetagung, VDI Verlag Düsseldorf.
- Volmer, J. (1985). Industrieroboter - Entwicklung. Heidelberg, Hüthig.
- Volmer, J. (1989). Getriebetechnik. Braunschweig, Vieweg & Sohn.
- Wallrapp, O. (1993). Standard Input Data of Flexible Bodies for Multibody System Codes, DLR, German Aerospace Establishment, Institute for Robotics and System Dynamics, Oberpfaffenhofen.
- Wallrapp, O., A. Eichberger, et al. (1997). FEMBS - An Interface Between FEM Codes and MBS Codes, User Manual for ANSYS, NASTRAN, and ABAQUS, INTEC GmbH, Wessling.
- Warnecke, H.-J., H.-G. Lühr, et al. (1975). Montagetechnik, Schwerpunkt der Rationalisierung. Mainz, Krausskopf.
- Wittenburg, J. (1977). Dynamics of Systems of Rigid Bodies. Stuttgart, B. G. Teubner.
- Wunderlich, W. (1970). Ebene Kinematik. Mannheim, BI.
- Zienkiewicz, O. C. (1984). Methode der finiten Elemente. München, Carl Hanser Verlag.