

Aufgaben zu Kapitel 2

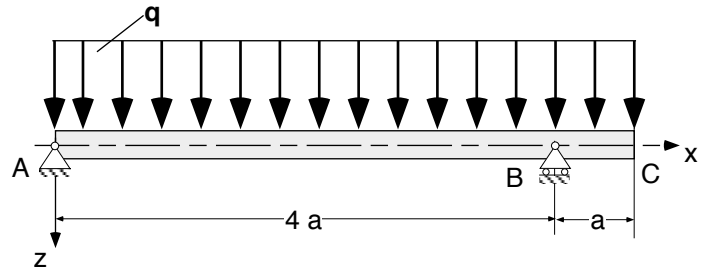
2.1 Allgemeinwissen TM

- a) Wie viele FHG hat ein freier elastischer Körper im Raum?
- b) Erkläre die Begriffe: Elastostatik.
- c) Wie lösen Sie statisch überbestimmt gelagerte Systeme?
- d) Erkläre den Unterschied Festigkeitsnachweis und Steifigkeitsnachweis.
- e) Was heißt Theorie kleiner Verformungen?
- f) Erkläre die Begriffe: isotropes, homogenes Material.
- g) Der Arm einer Apparatur ist abgebrochen. Wie würden Sie das Problem beheben?
- h) Erkläre den Begriff Ausknicken.
- i) Nenne drei elementare Belastungszustände. Warum hat man diese eingeführt?

2.3 Balken mit Streckenlast

Das elastische Balken ist mit einer konstanten Streckenlast q belastet.

Ermittelte für die Welle aus Stahl mit 4 mm \varnothing Vollmaterial:



- Die Auflagerreaktionen
- Stelle die 4 Glgn. der Biegung auf und gebe den Verlauf der Querkraft, des Biegemomentes, der Neigung und der Durchbiegung an.
- Nullstellen, Maxima
- Maximale Biegespannung

Geg: $q = 1,2 \text{ N/mm}$, $a = 30 \text{ mm}$.

Ergebnisse: a) $F_A = 67.5 \text{ N}$, $F_B = 112.5 \text{ N}$, c) $M_{\max} = 1898 \text{ Nmm}$, $M_B = -540 \text{ Nmm}$, $w_A' = 0.0286$, $w_B' = -0.0245$, $w_C' = -0.0225$, $w_C = 0.691 \text{ mm}$, $w_{\max} = 1.044 \text{ mm}$. d) $\sigma_{b\max} = 302 \text{ N/mm}^2$.

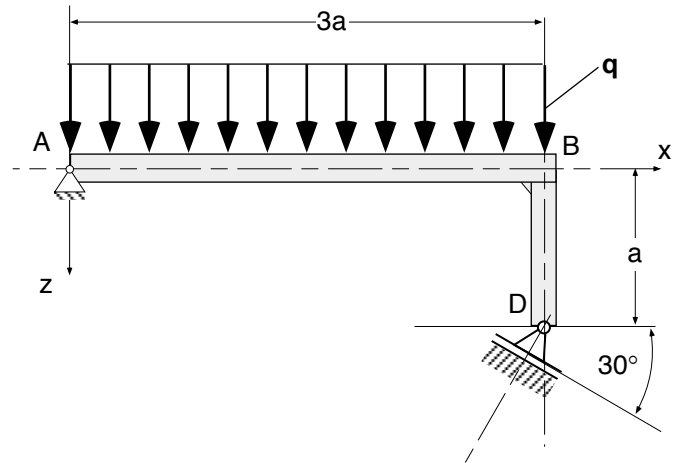
2.4 Verzweigter Balken.

Eine Balkenstruktur ist in A gelenkig gelagert und in B durch einen angesetzten Arm BD mit Lager in D unter 30° abgestützt.

Der Balken ist durch die Streckenlast q belastet.

Abhängig von q und Länge a bestimme:

- Freiheitsgrade des Balkens
- Lagerreaktionen
- Stelle die 4 Glgn. der Biegung auf und gebe den Verlauf der Querkraft, des Biegemomentes, der Neigung und der Durchbiegung an. Die Dehnung der Balken wird vernachlässigt.
- Max. Auslenkung und Biegespannung für die Balkenquerschnitte $b = a/20$, $h = a/12$, $E = 0.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $a = 1 \text{ m}$, $q = 100 \text{ N/m}$.



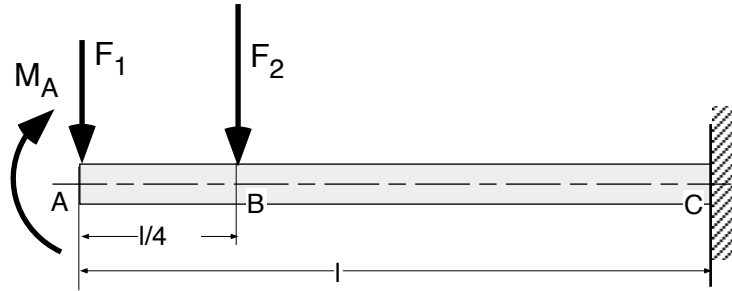
Ergebnisse: a) stat.best.gel. b) $F_{Ax} = 0.726 aq$, $F_{Az} = 1.742 aq$, $F_D = 1.4525 aq$. c) $w'_A = 1.826 a^3 q / (EJ)$, $w_{D\text{gleit}} = 2.027 a^4 q / (EJ)$, $M_{\max} = 151.728 \text{ N}$, $w_{\max} = 0.0084 \text{ m}$, $\sigma_{b\max} = 2.62 \text{ N/mm}^2$.

2.5 Kragarm

Der bei C eingespannte flexible Balken ist durch die Kräfte F_1 , F_2 und das Moment M_A , das bei A eingelegt wird, belastet.

Es sollen ermittelt werden:

- Die Auflagerreaktion in C.
- Stelle die 4 Glgn. der Biegung auf und gebe den Verlauf der Querkraft, des Biegemomentes, der Neigung und der Durchbiegung an.
- Die Balken ist aus einem Alu-Rohr mit 1 mm Wandstärke hergestellt. Welchen Außendurchmesser würden Sie wählen, wenn σ_{bzul} aus E_{Alu} und 0.1 % Dehnung bestimmt werden soll? Werte aus.



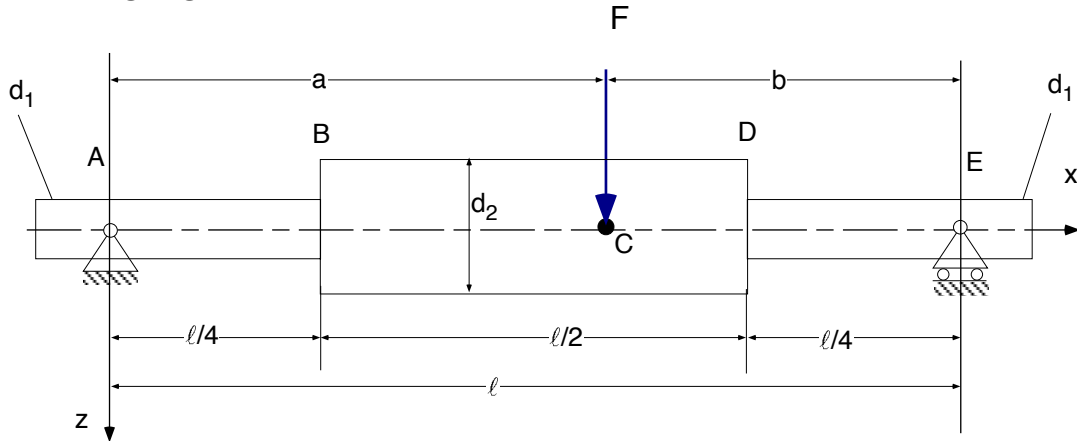
Gegeben: $F_1 = 2 \text{ N}$, $F_2 = 4 \text{ N}$, $M_A = 120 \text{ Nmm}$, $l = 80 \text{ mm}$.

Ergebnisse: a) $F_{Cx} = 0 \text{ N}$, $F_C = 6 \text{ N}$, $M_C = 280 \text{ Nmm}$ rechts drehend.

b) Drehe das Problem um und starte $x = 0$ bei C- \rightarrow B, B- \rightarrow A.

$w_B = 288000/EJ$, $w_A = 38933/EJ$, $w_A' = 4000/EJ$. c) $\sigma_{bzul} = 70 \text{ N/mm}^2$, $W_{berf} = 4 \text{ mm}^3$, $D = 4 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$.

2.6 Auslegung einer Welle



Die gezeigte, abgesetzte, symmetrische Welle ist bei A durch ein zweiwertiges, bei E durch ein einwertiges Auflager abgestützt. Bei C wird die Welle durch die Kraft F belastet.

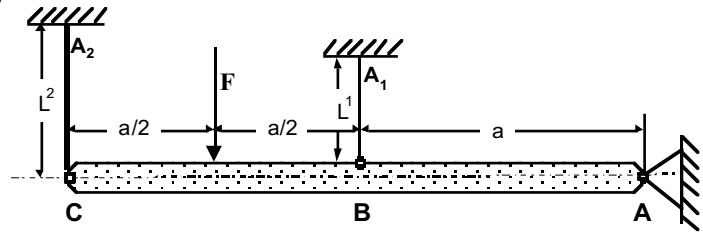
Gesucht: Die Durchmesser d_1 und d_2 sind so zu bestimmen, daß die zulässige Spannung an den kritischen Stellen gerade erreicht wird.

Gegeben: $F = 2.4 \text{ kN}$, $a = 700 \text{ mm}$, $b = 500 \text{ mm}$, $l = a + b = 1200 \text{ mm}$, $\sigma_{bzul} = 35 \text{ N/mm}^2$.

Ergebnisse: Bestimme nur die Biegemomente an den Stellen A, .. E., $d_1 = 50 \text{ mm}$, $d_2 = 60 \text{ mm}$

2.7 Statisch überbestimmt gelagerter Balken

Der gezeichnete, **starre** Balken, der bei A gelenkig gelagert ist, wird bei B durch einen flexiblen Kupferdraht und bei C durch einen flexiblen Stahldraht gehalten.



- Freiheitsgrade des Balkens
- Lagerreaktionen
- Welche Kräfte und Spannungen entstehen in den Drähten infolge der Belastung durch die Kraft F ?

Gegeben: a , F , L_1 , L_2 , E_1 , E_2 , A_1 , A_2

Ergebnisse: $F_1 = \frac{3}{2} F \frac{1}{1 + 4 k_2 / k_1}$, $F_2 = \frac{3}{4} F \frac{1}{4 + k_2 / k_1}$, $k_i = E_i A_i / L_i$

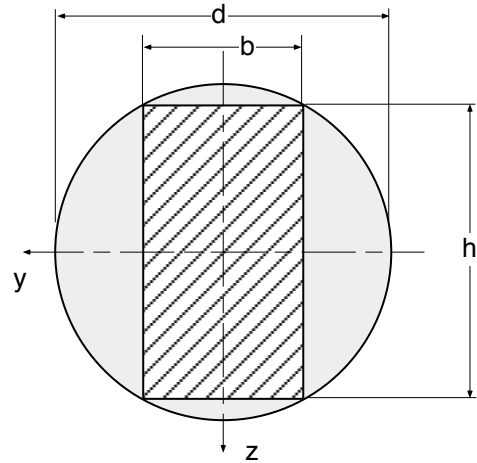
2.8 Optimale Querschnittsabmessungen

Aus einem kreisrunden Baumstamm vom Durchmesser d soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt herausgeschnitten werden.

Welches Seitenverhältnis b/h ist vorzuschreiben, wenn der Rechteckquerschnitt

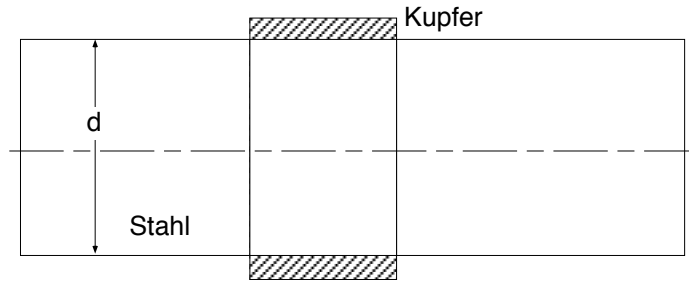
- a) Maximales Flächenmoment 2.Ordnung (Flächenträgheitsmoment) J_y
- b) Maximales Biegezugwiderstandsmoment W_{by} haben soll?

Ergebnisse: a) $b/h = 1/\sqrt{3}$ b) $b/h = 1/\sqrt{2}$



2.9 Schrumpfverbindung

Ein dünner Schrumpfring aus Kupfer soll auf eine Stahlwelle mit Durchmesser $d = 200$ mm warm aufgezogen werden. Der Ring wird bei $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hergestellt und bei $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ aufgezogen. Die Verjüngung der Welle infolge des aufgeschrumpften Ringes wird vernachlässigt. Materialdaten aus Tab. 2.1.



- Welchen Durchmesser muss der Ring bei $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ haben, damit er beim Aufziehen genau auf die Welle passt?
- Wir sehen den Ring als Stab an und berechnen die mittlere Änderung des Umfangs ΔU nach dem Schrumpfvorgang. Wie groß ist die Umfangsdehnung ε und daraus die Umfangsspannung σ ?
- Auf welche gemeinsame Temperatur muss man Welle und Ring bringen, damit der Ring wieder abgezogen werden kann?

Ergebnisse: a) $d_{R20} = 199.744\text{ mm}$, b) 153.5 N/mm^2 , c) $340\text{ }^{\circ}\text{C}$

2.10 Elastische Säule

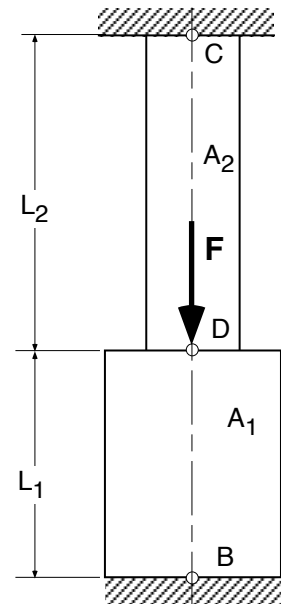
Die Säule aus Stahl mit den Querschnitten A_1 und A_2 ist an den Enden fest eingespannt. Bei D ist sie mit einer Kraft F (gleichmäßig über den Querschnitt verteilt) belastet.

Daten: $F = 75 \text{ kN}$, $L_1 = 2 \text{ m}$, $L_2 = 3 \text{ m}$, $A_1 = 20 \text{ cm}^2$, $A_2 = 15 \text{ cm}^2$,

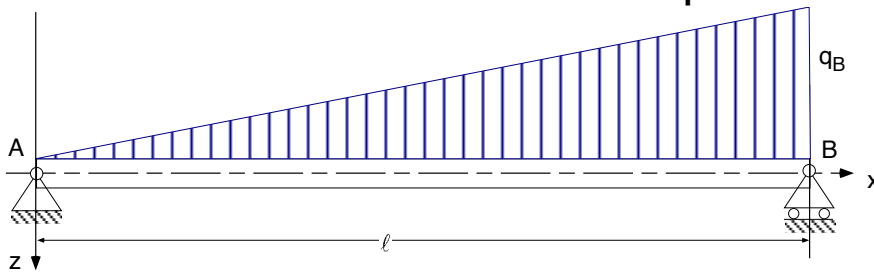
Materialdaten aus Tab. 2.1.

- Bestimme die Auflagerreaktionen in B und C (mit Hilfe der Elastostatik).
- Wie groß ist die Verschiebung im Punkt D.
- Wie stark muss die Säule mindestens erwärmt werden, damit keine Zugspannung im Teil 2 auftritt?

Ergebnisse: a) $F_B = 50 \text{ kN}$, $F_C = 25 \text{ kN}$, b) $\Delta L = 0.238 \text{ mm}$, c) 5.9 K .

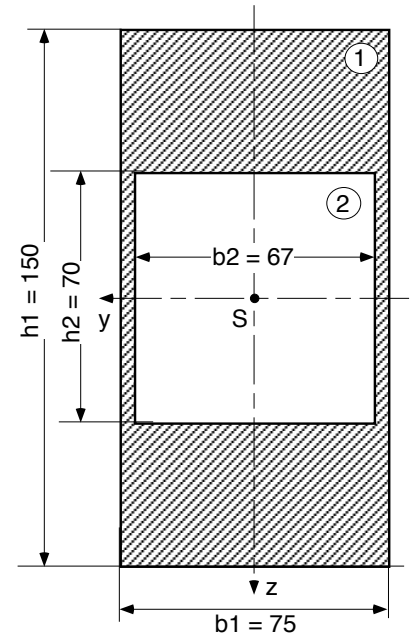


2.11 Bauteil mit Streckenlast und Kastenprofil



Der gezeigte Balken mit Kastenprofil (Längen in mm) ist durch eine Streckenlast, siehe Bild belastet.

Bestimme:



- Die Lagerreaktionen
- Die vier Gleichungen der Biegung.
- Ort und Größe der maximalen Durchbiegung.
- Ort und Größe der maximalen Biegebeanspruchung, wenn das Bauteil den gezeigten Kastenquerschnitt (Maße in mm) besitzt.

Gegeben: für a) bis c) $q_B = q$, E , J , ℓ , für d) $q_B = 2500 \text{ N/m}$, $\ell = 9 \text{ m}$.

Ergebnisse: b) $x_{M_{\max}} = 0.52 \ell$, $w_{\max} = 2.35/360 q_B \ell^4 / EJ$, $\sigma_{\max} = 5074 \text{ N/cm}^2$ bei $x = 5.2 \text{ m}$.

2.12 Torsionswelle

Ein Elektromotor gibt nach dem Getriebe auf eine 1 m lange Welle die Leistung von 0.25 kW ab. Die Welle kann mit Drehzahlen $n = 3000, 1500, 1000$ und 500 U/min betrieben werden. Die zulässige Schubspannung $\tau_{zul} = 30 \text{ N/mm}^2$, der Schubmodul $G = 80\,000 \text{ N/mm}^2$.

- a) Welchen Wellendurchmesser benötigt man? Wähle einen Normdurchmesser für die Welle.
- b) Wie groß ist die Drillung?
- c) Wie groß ist der Verdrehwinkel der Wellenenden gegeneinander?

Ergebnisse: a) $d = 10 \text{ mm}$, b) $\varphi' = 0.0861 \cdot 10^{-3} \text{ 1/mm}$, c) $\varphi = 3.5^\circ$.

2.13 Hohlwelle mit Torsionsmoment

Eine Hohlwelle mit den Maßen d_i und d_a wird durch ein Torsionsmoment M_t beansprucht. Man ermittle allgemein und dann mit Zahlenwerten:

- Die Schubspannungsverteilung über die Wandstärke mit Angabe von τ_{\min} und τ_{\max} .
- Den Durchmesser D einer gleich beanspruchten Vollwelle, so dass τ_{\max} erneut vorliegt.
- Das Massen-Verhältnis der beiden Wellen (Vollwelle / Hohlwelle).

Gegeben: $d_i = 45 \text{ mm}$ und $d_a = 60 \text{ mm}$, $M_t = 1500 \text{ Nm}$.

Ergebnisse: a) $\tau_{\max} = 51.73 \text{ N/mm}^2$, $\tau_{\min} = 38.8 \text{ N/mm}^2$; $D = 52.9 \text{ mm}$; $i_{\text{mass}} = 1.78$

